



UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE PARIS 6

Thèse présentée par :

Élisabeth Ghabache

Pour obtenir le grade de :

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Spécialité : MÉCANIQUE

Surface libre hors équilibre : de l'effondrement de cavité aux jets étirés

Soutenue le 17 septembre 2015

devant un jury composé de :

A. Antkowiak
Y. Dautreleau
J. M. Gordillo
J.-P. Hulin
C. Josserand
H. Kellay
G. Liger-Belair
S. Popinet
T. Séon
E. Villiermaux

Directeur de thèse
Invité
Rapporteur
Président
Directeur de thèse
Rapporteur
Invité
Examineur
Directeur de thèse
Examineur

Résumé

Cette thèse traite de la dynamique des jets et projections liquides faisant suite à l'effondrement de cavités à la surface libre. Une large gamme d'échelles sera considérée : des cavités submillimétriques à décimétriques. La dépendance de la vitesse d'éjection du jet avec la taille de cavité et les propriétés du liquide nous permet de déterminer les lois d'échelles pertinentes et ainsi d'extraire l'essence des mécanismes physiques en jeu. Dans une première partie, les jets sont créés par l'éclatement de petites bulles : la force motrice qui permet de combler la cavité est alors la capillarité. Nous avons mis en évidence les rôles contre-intuitifs de la gravité et de la viscosité. Les aérosols éjectés par ce mécanisme ont ensuite été caractérisés, de leurs tailles à leurs évaporations. Dans une seconde partie, le pendant gravitaire a été considéré *via* une expérience modèle permettant l'étude de jets issus de cavités centimétriques sculptées à l'air comprimé. Une dynamique originale traduisant une focalisation du liquide et une dissipation localisée à la base du jet a été mise en évidence. Ces jets modèles ont ensuite été comparés à ceux issus de l'impact d'une bille dans un liquide visqueux. Dans la troisième partie, le champ de vitesse dans les jets étirés évoluant dans un régime inertiel a été étudié expérimentalement et théoriquement. La vitesse inertielle communément utilisée en z/t (z la position dans le jet et t le temps) a été caractérisée en fonction de l'alimentation en liquide à la base du jet.

Abstract

This thesis deals with the dynamics of jets and liquid projections occurring when a cavity collapses at a free surface. A full range of scales will be investigated : from submillimetric cavities to decimetric ones. The jet velocity dependence with cavity size and liquid properties allow us to establish the right scaling laws and thus to point out the relevant physical mechanisms at play. In a first chapter, jets are created by the bursting of small bubbles : the cavity collapses because of capillary forces. We highlighted the counterintuitive role of both gravity and viscosity. This mechanism gives birth to aerosols, which have been characterized from their size to their evaporation. In a second chapter, we considered the gravity-fed equivalent : a model experiment was set up to study jets from relaxing centimetric cavity shaped by blowing air at a free surface. We evidenced an unusual dynamics revealing the liquid focalisation in the jet and a localized dissipation at the base of the jet. A comparison of those model jets with the ones ejected after a solid object impacts a viscous liquid was then performed. In the third chapter, we studied experimentally and theoretically the velocity field of inertial stretched jets. The inertial velocity z/t (with z the position in the jet et t the time) commonly used has been investigated depending on the jet feeding at its base.

Remerciements

Tout d'abord, je tiens à remercier chaleureusement Thomas et Arnaud, pour m'avoir donné l'opportunité de réaliser mon stage de Master II, puis ma thèse, avec eux à l'institut. Merci Thomas pour tout le temps que tu m'as consacré, que ce soit en salle de manip - pour tester de nouvelles idées ou pour suivre l'avancement de mes expériences - ou dans un bureau - pour analyser des résultats ou écrire des papiers. Tu m'auras notamment appris à ne pas partir défaitiste, à essayer quand même pour voir si ça marche - ou pas. Merci aussi, bien sur, pour ton enthousiasme ainsi que pour ta bonne humeur quotidienne, expressive (comment ne pas entendre ton rire, même à l'autre bout de la cantine?) et contagieuse. Merci Arnaud de m'avoir guidé pour les aspects théoriques des jets, tout en gardant un pied dans l'expérience. Je retiendrai de toi que *les manips ont toujours raison*, en cas de doute vis à vis de mes résultats. Merci Christophe pour la supervision de ma thèse. Je te suis reconnaissante d'avoir été disponible aux moments opportuns, aussi bien pour des discussions scientifiques intéressantes que pour gérer les côtés les plus formels de la thèse.

Mes remerciements vont ensuite à mon jury : je remercie Hamid Kellay et Jose Manuel Gordillo d'avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et Jean-Pierre Hulin d'avoir présidé ce jury. Je remercie également Emmanuel Villermaux et Stéphane Popinet d'avoir été examinateurs, ainsi que pour les diverses discussions riches scientifiquement au cours de ma thèse. Merci aussi à Gérard Liger-Belair d'être venu assister à ma soutenance, et, surtout, pour notre collaboration sur le chapitre concernant le champagne. Présenter nos résultats chez Möet & Chandon n'aurait pas été possible sans toi. Je remercie enfin Yann Doutreleau de s'être déplacé pour ma soutenance, et la Direction Générale de l'Armement (DGA) pour le financement de cette thèse.

Je remercie bien sûr les nombreuses personnes avec qui j'ai eu l'opportunité d'interagir durant ces quelques années au laboratoire. Aurélie, Hervé, Julieng et Paul, mes co-thésards, et Estelle, Claire, Le, Michael et Marcello, mes co-bureaux, pour avoir partagé mon quotidien, en Savart ou au 3^{ème} étage, des manips jusqu'à la rédaction. Claude, toujours accueillant pour une sessions squat dans son bureau, voir un chocolat viennois « entre filles » en cas de nécessité. Le jeune Joël, de bonne humeur et de bon conseil, malgré l'atmosphère enfumée de son bureau. Olivier, toujours arrangeant pour nos commandes et autres ordres de mission demandés au dernier moment. PYL, consultant *ès* photo et brigadier de répression des fraudes informatiques (signé : la pirate). Stéphanie,

toujours à l'écoute et volontaire pour ré-approvisionner la salle de manip en matériel divers. Les autres doctorants et postdocs, que ce soit pour partager un sandwich libanais le mercredi midi place Monge, ou pour une bière après le boulot : David, Étienne, Geoffroy, Raphaël, Charles, JB, Benjamin et tous ceux que j'ai pu oublié. Merci aussi à Adeline, ma stagiaire durant l'été 2014.

Je remercie Marie-Pauline, pour sa relecture attentive de mon manuscrit, à Paris, en Bretagne ou encore à Budapest !

Merci à ceux qui ont contribué à la réussite de ma journée de soutenance, que ce soit en venant assister - nombreux - à la présentation ou encore en dévorant mon pot de thèse, jusqu'à la dernière miette ! Je remercie tous les volontaires (Matthieu, Aurélie, Adeline ...) qui m'ont aidé à installer le pot, ma mère pour la logistique, Martine pour m'avoir aidé à garnir ce buffet encore d'avantage. Simona, pour avoir réussi à me trouver une salle à trois jours de la soutenance. Quentin, pour la mise à contribution de ses talents de photographe. Les amis en fin de thèse, à quelques jours de leur propre soutenance, et qui ont quand pu venir à la présentation, au pot ou le soir autour d'un verre.

Merci à ma famille, pour leurs encouragements tout au long de mes études ainsi que le jour de ma soutenance. Enfin, merci à Matthieu.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Contexte	1
1.1.1	Relaxation d'interface et projection liquide	1
1.1.2	Les aérosols en océanographie	2
1.1.3	Aérosols et champagne	5
1.1.4	Intérêt pour l'armement	6
1.2	État de l'art : formation de cavité, relaxation d'interface et éjection de jets	7
1.2.1	Historique	7
1.2.2	Jets capillaires	9
1.2.3	Jets gravitaires	13
1.2.4	Jets dus à une surpression	17
1.2.5	Jets singuliers	20
1.3	Conclusion	27
1.3.1	Bilan	27
1.3.2	Objectifs de cette thèse	28
2	Jets à petite échelle	31
2.1	Introduction	31
2.1.1	Objectifs	31
2.1.2	Dispositif expérimental	32
2.2	Description qualitative	35
2.2.1	Description du phénomène	35
2.2.2	Observations expérimentales	37
2.3	Etude paramétrique : dynamique d'éjection du jet	47
2.3.1	Analyse dimensionnelle	47
2.3.2	Forme d'équilibre d'une bulle à la surface libre	48
2.3.3	Dépendance de la vitesse du jet avec la taille de la bulle dans l'eau	52
2.3.4	Dépendance de la vitesse du jet avec la taille de la bulle dans un liquide visqueux	54
2.3.5	Processus d'effondrement de la cavité en fonction des paramètres du liquide	58
2.4	Étude paramétrique : vitesse et taille de la première goutte dans le contexte du champagne	65
2.4.1	Le cas du champagne	65
2.4.2	Vitesse d'éjection de la première goutte	66
2.4.3	Taille de la première goutte	70
2.4.4	Hauteur de la première goutte	77

2.5	Modèle d'évaporation	83
2.5.1	Modèle pour l'évaporation d'une goutte	83
2.5.2	Résultats	89
2.6	Conclusion	99
3	Jets à grande échelle	101
3.1	Introduction	101
3.1.1	But de l'expérience	101
3.1.2	Dispositif expérimental	101
3.2	Description qualitative	103
3.2.1	Description du phénomène	103
3.2.2	Effet de la viscosité	106
3.3	Étude paramétrique	107
3.3.1	Cavités auto-similaires	107
3.3.2	Dynamique du jet	108
3.3.3	Retour sur l'effet de la viscosité	112
3.3.4	Hauteur du jet	114
3.3.5	Forme du jet	117
3.3.6	Modèle énergétique simple	120
3.4	Jets d'impact de bille	121
3.4.1	But de l'expérience	121
3.4.2	Dispositif expérimental	122
3.4.3	Caractérisation des cavités	124
3.4.4	Dynamique du jet	125
3.4.5	Forme des jets	129
3.4.6	Conclusion sur la comparaison entre ces deux types de jets	132
3.5	Conclusion	132
4	Dynamique des jets inertiels	135
4.1	Contexte de l'étude	135
4.2	Mise en évidence expérimentale du champ de vitesse en z/t	137
4.2.1	Jets inertiels	137
4.2.2	Dépendance de la vitesse avec la position	139
4.2.3	Dépendance de la vitesse avec le temps	141
4.2.4	Loi d'injection	145
4.3	L'attracteur inertiel : étude asymptotique	147
4.3.1	Mise en évidence de l'attracteur inertiel en z/t avec une vision Eulérienne	147
4.3.2	Vision Lagrangienne	148
4.3.3	Dépendance de la vitesse avec le temps	149
4.3.4	Transition entre petits et grands temps	150
4.3.5	Dépendance de la vitesse avec la position	151
4.3.6	Résumé	152
4.3.7	La clepsydre : « expérience théorique »	157
4.4	Lien entre la vitesse dans le jet et sa forme	161
4.4.1	Forme des jets dans un régime inertiel	161
4.4.2	Forme des jets dans un régime inertio-capillaire	162

4.5	Conclusion	167
5	Conclusion	169
5.1	Résumé des principaux résultats	169
5.2	Perspectives	171
A	Caractérisation des aérosols du champagne	175
A.1	Vitesses, nombres, tailles, hauteurs des huit premières gouttes	175
A.1.1	Nombre de gouttes éjectées	175
A.1.2	Vitesses des gouttes éjectées	177
A.1.3	Taille des gouttes éjectées	178
A.1.4	Hauteurs atteintes par les gouttes	178
B	Fabrication d'une clepsydre à débit variable à l'imprimante 3D	181
	Bibliographie	185

Chapitre 1

Introduction

1.1 Contexte

1.1.1 Relaxation d'interface et projection liquide

La dynamique des interfaces est un domaine de la physique des liquides qui peut être facilement observé dans la vie quotidienne. Parmi les phénomènes courants mettant en jeu des surfaces libres, nous pouvons par exemple citer les vagues à la surface de la mer, les jets de liquide qui sortent du robinet et qui se fractionnent en gouttes, les bulles de vapeur qui sont créées lors de l'ébullition d'une casserole d'eau ou encore les nappes liquides obtenues en faisant couler de l'eau sur une cuillère. Bulles et sprays de gouttelettes peuvent être de première importance dans différents types d'applications telles que dans l'industrie automobile (spray de carburant dans le moteur), dans l'industrie agro-alimentaire (fabrication du lait en poudre par déshydratation de gouttelettes de liquide) et dans les industries verrière et métallurgique (bulles dans des cuves de verre ou de métal fondu).

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la dynamique d'interfaces fortement déformées donnant naissance à des jets de liquide ainsi qu'à des gouttelettes. C'est par exemple le cas du choc d'une vague sur une digue, du magma lors d'une éruption volcanique, de l'effervescence d'une boisson gazeuse ou encore lorsqu'un caillou tombe dans une mare. Ces projections liquides ont parfois été regardées à certaines étapes de leur existence (formation de jet, rupture de film, fragmentation) mais n'ont que peu été considérées dans leur globalité. Nous nous proposons ici d'en faire une étude plus complète, allant de la relaxation de surfaces libres fortement déformées à la création de jets de liquide et de gouttelettes.

Nous verrons en effet que, dans de nombreux cas, la dynamique d'une interface hors équilibre peut engendrer des projections de liquide au dessus de la surface libre. Nous nous appliquerons à comprendre la façon dont le liquide est projeté et à déterminer les caractéristiques de ces projections liquides (hauteur, vitesse, taille, ...).

Avant d'introduire les phénomènes les plus classiques mettant en jeux déformations d'interfaces et jets de liquide, nous présentons les principaux domaines d'application de notre étude.

1.1.2 Les aérosols en océanographie

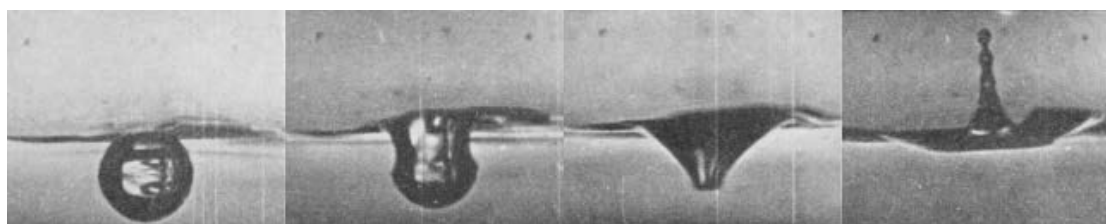


FIGURE 1.1: Éclatement d'une petite bulle à la surface de l'eau. Lors de ce processus un jet est créé avant de se déstabiliser pour donner naissance à des *gouttes de jet*. Des *gouttes de film*, non visibles sur ces images, peuvent aussi être éjectées lorsque le film de liquide éclate. Images : Woodcock *et al.* (1953) [1].

Le cas de l'éclatement d'une petite bulle est un exemple bien connu dans lequel la surface libre d'un liquide relaxe violemment et crée un jet. Quand le film qui sépare la bulle de l'air ambiant se casse, l'interface se trouve dans un état hors équilibre à cause de la présence de la petite cavité laissée par la bulle. Celle-ci se referme alors sous l'influence de la force de tension de surface en éjectant un jet de liquide, tel qu'illustré par la figure 1.1. En effet, les forces de tension de surface agissent à petites échelles en minimisant les surfaces de contact entre un liquide et un gaz. Ainsi, lorsque la bulle vient juste d'éclater, la surface libre se retrouve dans un état énergétique peu favorable puisque la cavité qu'a laissée la bulle derrière elle représente un surplus d'aire de contact entre le liquide et l'air. Dans ce processus, de nombreuses gouttelettes peuvent être créées, que ce soit au moment de la rupture du film de liquide ou lors de la déstabilisation du jet étiré par le mécanisme de Rayleigh-Plateau. Les gouttes obtenues par ces deux procédés sont appelées respectivement *gouttes de film* et *gouttes de jet*. Elles sont visibles sur les figures 1.2 et 1.1.

Ce type de projections liquides a été beaucoup étudié dans le contexte océanographique puisque ces petites gouttelettes, appelées *aérosols*, jouent un rôle important dans les échanges entre l'océan et l'atmosphère. Les plus petites d'entre elles peuvent rester plusieurs jours en suspension dans les airs et être transportées sur de longues distances :

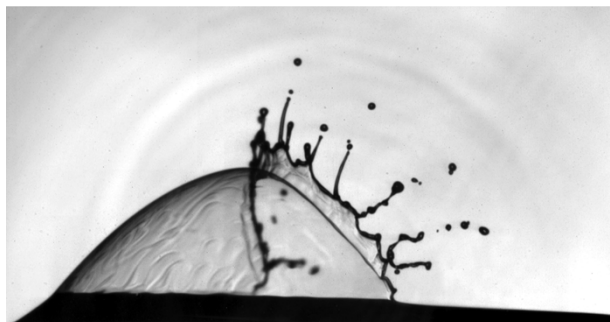


FIGURE 1.2: *Gouttes de film* produites lors de l'éclatement d'une bulle à la surface de l'eau. Image : Lhuissier & Villermaux (2012) [2, 3].

elles prennent ainsi part à la **diffusion de rayonnements électro-magnétiques** (solaires) de faibles longueurs d'onde et elles participent aux **échanges de chaleurs et de quantité de mouvement avec l'atmosphère** [4, 5]. Les plus grosses, en revanche, sont connues pour **affecter la quantité de mouvement et l'enthalpie des flux d'air aux abords des cyclones tropicaux**, ce qui peut augmenter l'intensité de ces derniers ! [5–9].



FIGURE 1.3: Production d'aérosols à la surface de l'océan : par l'éclatement de petites bulles (*gouttes de film* et *gouttes de jet*) et par la fragmentation du liquide à la crête des vagues (*gouttes d'écume*). Illustration : Veron (2015) [5].

Pour comprendre l'engouement des scientifiques pour ces aérosols, il faut remonter aux années 1940 et à la Seconde Guerre mondiale (et se procurer le livre de D.C. Blanchard [10] où tout ce qui suit est expliqué !). Des météorologues étaient alors chargés de prévoir le temps sur les différents fronts : de l'Arctique aux tropiques. C'est ainsi que ces scientifiques se trouvèrent face à un phénomène inattendu : ils observèrent dans les zones tropicales qu'un nuage est capable de donner naissance à des précipitations en à peine une demi-heure tout en restant à des altitudes relativement basses. À cette époque, il était communément admis qu'un nuage se transforme en pluie seulement lorsqu'il a atteint des altitudes suffisamment élevées et donc des températures très négatives : des cristaux de

glaces se forment au sein du nuage et, de part leur nature hydrophile, permettent ainsi la condensation des micro-gouttelettes du nuage en des gouttes plus grosses. Ces gouttes subissent ensuite plus fortement la gravité et se mettent à chuter en heurtant d'autres gouttes plus petites qui peuvent alors coalescer (ou rebondir). Lorsqu'une goutte devient trop grosse, elle se scinde en plusieurs petites gouttes qui à leur tour coalescent avec des micro-gouttelettes du nuage. Ce mécanisme en cascade, connu sous le nom de processus de *Bergeron-Findeisen*, permet d'expliquer le passage de micro-gouttelettes du nuage (environ $10\ \mu\text{m}$) à des gouttes de pluie environ cent fois plus larges (environ $1\ \text{mm}$). Pour avoir lieu, il nécessite la présence initiale de grosses gouttes, créées dans ce scénario grâce aux cristaux de glace. Et c'est là que les météorologues se trouvèrent face à une impasse : vu les températures mises en jeu, il ne pouvait pas y avoir de glace dans ce type de nuage.

Woodcock perça le mystère en 1946, en menant des campagnes de mesures des températures de l'eau et de l'air dans les Caraïbes, dans le but d'évaluer les échanges de chaleur entre ces deux milieux. Il observa l'anomalie suivante : de la chaleur était produite dans l'air au-dessus de l'océan ! C'est ainsi qu'il imagina que des petites particules de sel ou des petites gouttelettes d'eau de mer devaient sûrement être en suspension dans l'air. En effet, en servant de support à la condensation de la vapeur d'eau, elles pouvaient expliquer cet excès de chaleur puisque ce changement d'état est exothermique. Afin de confirmer son intuition, Woodcock effectua des relevés sur le terrain en procédant de la façon suivante : grâce à un petit avion monoplace, il survola l'océan et récolta des échantillons en exposant simplement par la fenêtre de son appareil une plaque en verre sur laquelle les particules présentes dans l'air adhéraient. Il prouva ainsi que cet air contenait bien des petits cristaux de sel en suspension, notamment à des altitudes suffisamment élevées pour être à l'origine des pluies dans ces régions chaudes. En effet, étant hydrophiles, **ces particules de sel pouvaient effectivement servir de site de nucléation pour créer les premières grosses gouttes au sein du nuage** et déclencher ainsi les coalescence en cascade et finalement aboutir à la précipitation.

Abandonnant son étude initiale, il se mit en quête de l'origine de ces particules de sel. C'est ainsi qu'en 1953 il découvrit avec Blanchard [1] le mécanisme de production des *gouttes de film* et des *gouttes de jet*. Ils réalisèrent la première séquence d'images montrant l'éclatement d'une petite bulle au repos à la surface d'un liquide. En s'évaporant, ces gouttes donnent alors naissance aux particules de sel qui se retrouvent ainsi dans l'air au dessus des océans. Bien sûr, ce mécanisme n'est pas le seul à produire des petites gouttes au dessus de la mer : les *gouttes d'écume* sont, elles, produites par la rupture de ligament étirés sous l'effet du vent aux sommets des crêtes des vagues, comme illustré sur la figure 1.3. Cependant, vu le nombre de bulles qui éclatent par seconde à la surface de l'océan (10^{18} à 10^{20} selon les estimations), le mode de production de gouttelettes

découvert par Blanchard & Woodcock participe fortement à la quantité d'aérosols totale au-dessus de l'océan.

1.1.3 Aérosols et champagne

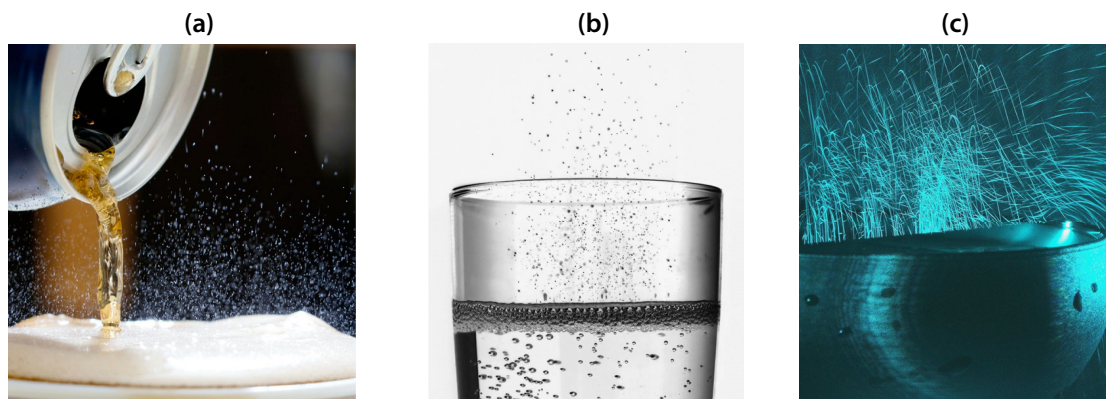


FIGURE 1.4: Photographies (a) d'un verre de soda (b) et (c) d'une coupe de champagne où de nombreuses gouttelettes éjectées par le mécanisme présenté en figure 1.1 sont visibles. Images : (b) A. Cornu et (c) Liger-Belair *et al.* (2009) [11].

Dans un tout autre domaine, les aérosols expulsés lors de l'éclatement de petites bulles jouent aussi un rôle clé. En effet, ce phénomène est facilement observé lors de la dégustation d'une boisson effervescente, comme l'illustre la figure 1.4. Dans le cas du champagne, ces petites gouttes jouent même un rôle de tout premier plan : en plus du côté plaisant des gouttelettes qui sautent hors du verre lorsque le vin est versé dans la flûte, elles participent aussi à la **propagation des arômes** au dessus du verre. En effet, Liger-Belair *et al.* [11] ont montré que la composition chimique de ces aérosols diffère de celle du cœur du liquide : ceux-ci sont plus riches en de nombreuses molécules aromatiques. Pour expliquer cette différence de composition, ces auteurs partent du constat que beaucoup de ces molécules aromatiques sont tensio-actives, c'est à dire qu'elles aiment se placer à l'interface entre le liquide et le gaz. Ainsi, lorsque des bulles remontent dans le vin, elles emportent avec elles un grand nombre de ces composés chimiques et lorsqu'elles éclatent, les gouttes éjectées se trouvent être plus concentrées en arômes que le liquide dans la flûte. Favoriser la production de telles gouttelettes aiderait donc à diffuser ces molécules aromatiques et à la perception olfactive du champagne considéré.

À cette fin, nous verrons dans la partie 2.4 qu'il est possible de jouer sur des paramètres tels que la taille des bulles, la température de service, ou encore la viscosité du liquide. Le rayon des bulles peut notamment varier si l'on change la hauteur de vin dans le verre, car la bulle grossit en absorbant le CO_2 dissout dans le liquide lors de son ascension. De plus, l'utilisation de verres spécialement gravés en leurs fonds permet de produire une taille de bulle sélectionnée [12], car les bulles naissent en fait sur les poussières et

petites aspérités à la surface du verre qui servent alors de points de nucléation pour les bulles. Par ailleurs, l'incorporation d'un épaississant alimentaire [13] ou la sélection de la température de service permettent de modifier la viscosité du champagne. En effet, passer de 4°C à 20°C revient à diminuer la viscosité de ce vin d'un facteur deux.

1.1.4 Intérêt pour l'armement

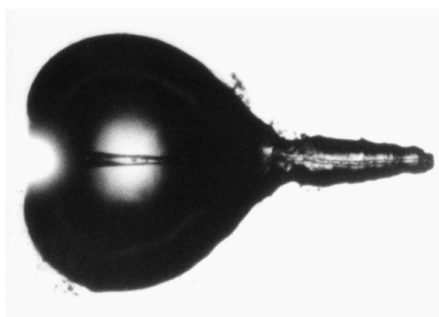


FIGURE 1.5: Jet se développant dans une bulle de cavitation proche d'une paroi, situé à droite. Image : Brujan *et al.* (2001) [14].

Dans le contexte de l'armement, de nombreux phénomènes mettent en jeu des jets de liquides très rapides et des gouttelettes. Nous pouvons par exemple citer le cas des jets induits par l'effondrement d'une bulle de vapeur créée par une explosion sous marine, capables de détruire des bateaux [15], ou à une autre échelle les jets observés au sein de bulles de cavitation créées par la dépression due au mouvement des hélices sous l'eau. Dans ce dernier cas, ces jets causent des dommages sur la paroi vers laquelle ils sont dirigés [16–18] (cf. figure 1.5), d'où la nécessité d'une meilleure compréhension de ce type de phénomène. C'est ainsi que des nombreuses études ont été réalisées [14, 19–22] autour de ce problème, qui reste encore d'actualité.

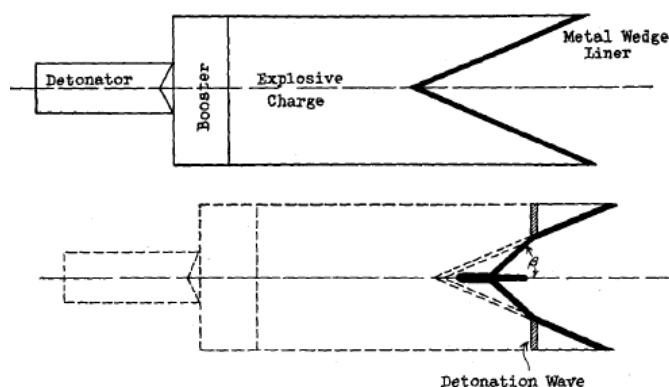


FIGURE 1.6: Schéma de principe d'un jet de charges creuses. Une cavité conique est creusée à une extrémité d'une charge explosive et est recouverte d'une fine couche de métal. La détonation déclenche alors l'émission d'un jet de métal qui crée de forts dégâts sur la cible. Figure : Birkhoff *et al.* (1948) [23]

Les jets concernant l'armement les plus représentés dans la littérature sont certainement les **jets de charges creuses** [23–26]. Pour obtenir de tels jets, une cavité conique est creusée à une extrémité d'une charge explosive et est recouverte d'une fine couche de métal (cf. figure 1.6). La détonation déclenche alors l'émission d'un jet de métal : les vitesses sont telles que le métal peut être considéré comme un fluide parfait. Le jet ainsi produit se déstabilise ensuite et donne naissance à de nombreux fragments. Il a été montré que la taille du premier de ces fragments est cruciale car c'est d'elle que dépend la profondeur de pénétration de l'arme dans sa cible [26]. Afin de pouvoir prédire la façon dont un tel jet se rompt, il est important de connaître le champ de vitesse en son sein. Des études expérimentales ont permis de montrer que la vitesse dans le jet est proportionnelle à la position de la particule fluide au sein du jet. Cependant, vu les vitesses mises en jeu (plusieurs kilomètres par seconde au moment de la création du jet !), aucune analyse complète n'a pu être menée. Il reste donc encore de nombreuses choses à comprendre sur ce sujet.

Un autre type de jet de grand intérêt pour les applications militaires est l'éclatement de bulles à une surface libre et les aérosols qui en résultent. En effet, ces aérosols dont la durée de vie est longue sont responsables d'un **bruit de fond sur les signaux radar au dessus de l'océan**. Ce signal indésirable ne peut être filtré que par une connaissance fine de la distribution en tailles de ces fragments liquides. Pour le moment, assez peu d'études se sont penchées sur la question, à l'exception notable de Spiel dans les années 1990 [27].

1.2 État de l'art : formation de cavité, relaxation d'interface et éjection de jets

1.2.1 Historique

Après avoir donné des éléments permettant une bonne compréhension du contexte de cette étude, nous nous intéressons dans cette partie à l'aspect l'historique de ces jets.

Les images ralenties de gouttes pénétrant dans un bain de liquide et le jet qui en résulte ont été rendues populaires auprès du grand public notamment grâce à certains génériques météo ou encore avec les publicités pour le café de la marque Nespresso (cf. figure 1.7). Cependant, le problème de l'impact d'une goutte dans un bain liquide n'est pas récent puisque de nombreux scientifiques se sont penchés sur ce problème d'hydrodynamique depuis de longues années.

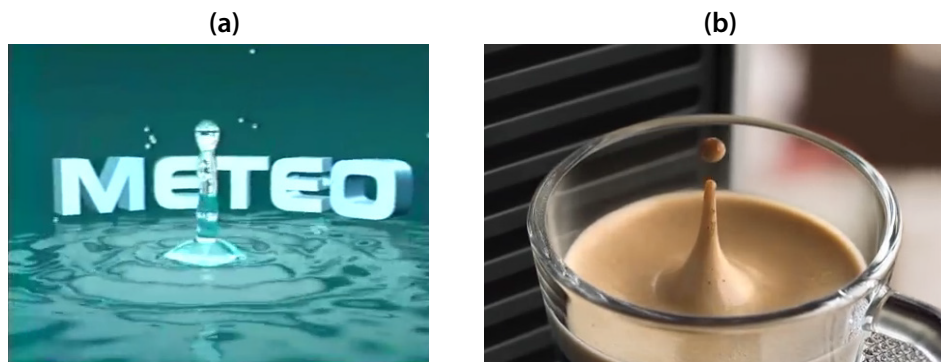


FIGURE 1.7: Images extraites (a) du générique de la météo de TF1 (2002) et (b) de la publicité pour les cafés Nespresso, « In the name of pleasure », montrant le jet de Worthington obtenu après l'impact d'une goutte dans un liquide.

Le premier à s'intéresser à ce sujet fut **Worthington** dès la fin du XIX^e siècle. À cette époque des auteurs tels que Rayleigh [28] prirent conscience de l'immense potentiel de la photographie pour des applications scientifiques. Ces années correspondent en effet à la mise au point de cette technique : vers 1800, Niépce contribua à l'élaboration de plaques photo-sensibles, puis en 1839, Daguerre met au point le *Daguerrotype*. Il le revendiqua comme étant le premier appareil photographique permettant d'obtenir des images durables dans le temps et il le commercialisa auprès du grand public (fortuné, certes). Dans les années suivantes, Talbot créa la technique du négatif et c'est finalement Eastman qui, en 1884, parvint à fabriquer des pellicules souples en celluloïd afin de remplacer les encombrantes plaques de verre, traitées chimiquement et utilisées jusqu'alors dans ce type d'appareil.

C'est ainsi qu'en 1908, Worthington publia son œuvre la plus célèbre : *A Study of splashes* [29] dans laquelle figure un grand nombre de photographies ultra-rapides autour de la physique des liquides, dont quelques unes sont présentées en figure 1.8. Pour ce faire, il eut recours à de brefs flashes afin de figer le mouvement rapide du fluide. Il fut le premier à documenter expérimentalement l'impact d'une bille dans un bain de liquide [30, 31] en poussant le raffinement jusqu'à différencier le cas des sphères rugueuses, entraînant la formation d'une cavité, d'une corolle liquide et d'un jet, du cas des sphères lisses, pénétrant dans le fluide en douceur sans création de cavité. Il étudia également l'impact de gouttes sur des surfaces liquides et les jets qui en résultent. C'est pour cela que l'ensemble de ces jets sont souvent nommés *jets de Worthington*.

Suite à l'étude pionnière de Worthington, et grâce à l'avènement de nouveaux outils (caméras ultra-rapides, codes numériques), de nombreux physiciens se sont penchés sur les problèmes mettant en jeu des interfaces fortement déformées et la création de jets. Chute de billes ou de gouttes, expérience de Faraday, éclatement de petites bulles, jet de charges creuses : toutes ces situations ont en commun d'être associées à des surfaces libres

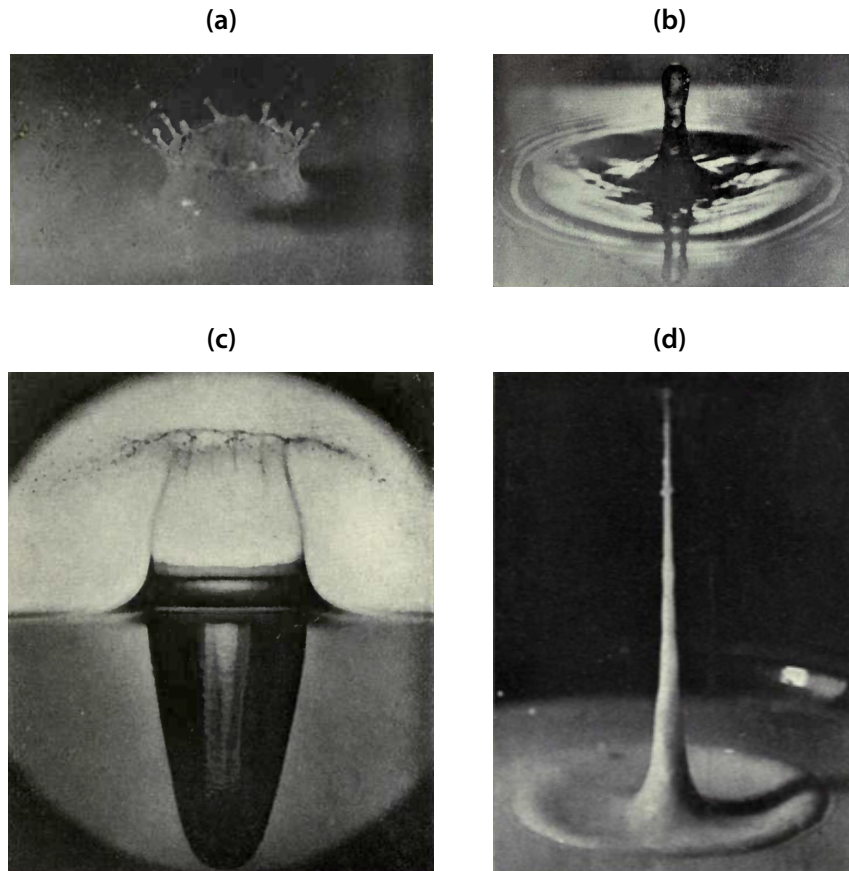


FIGURE 1.8: Images extraites de *A study of splashes* écrit par Worthington en 1908 [29]. (a) Cratère obtenu après l'impact d'une goutte dans un liquide et (b) le jet émis lors de l'effondrement de cette cavité. (c) Entrée dans l'eau d'une sphère solide suivi en (d) d'un jet très rapide.

fortement hors équilibre et sont des phénomènes non stationnaires. L'interface relaxe de façon violente vers un état d'équilibre et éjecte un jet durant ce processus. Dans la suite, nous proposons de passer brièvement en revue les plus emblématiques des jets créés après la déformation d'une interface, en les différenciant selon leur moteur physique.

1.2.2 Jets capillaires

Regarder tomber une goutte dans un liquide et faire éclater une petite bulle sont deux façons courantes de déformer une surface libre. Dans ces deux cas, la surface du liquide se creuse sur une taille caractéristique de quelques centaines de micromètres à quelques millimètres. Ainsi, la force qui va permettre le retour à l'équilibre de la surface libre est d'origine capillaire : en effet, la longueur capillaire, qui est définie comme étant le rapport des effets de la gravité et de la tension de surface $l_{\text{cap}} = \sqrt{\frac{\rho g}{\gamma}}$, vaut approximativement 2.7 mm dans de l'eau. Dès lors, si la taille de la cavité L est petite devant cette longueur, alors la dynamique de refermement de la cavité est gouvernée par la capillarité. À l'inverse, à des échelles plus grandes, soit pour $L \gg l_{\text{cap}}$, la gravité

gouverne alors la dynamique et domine la capillarité. Dans cette section, nous nous intéressons uniquement à des cavités de petites tailles, dont l'effondrement est donc d'origine capillaire. Nous reviendrons au cas où la gravité est le moteur de la dynamique dans la section 1.2.3.

1.2.2.1 Éclatement de petites bulles

Le premier à s'être intéressé à l'éclatement de petites bulles et à la production d'aérosols par cette voie fut Otto-Stuhlman en 1932 [32]. Ne disposant pas de moyens techniques suffisants, car les jets issus des bulles sont très petits et extrêmement rapides, il ne put qu'observer les gouttes issues de ces jets et quantifier la hauteur à laquelle elles sont éjectées. Il émit alors l'hypothèse que le mécanisme permettant de passer d'une bulle à des gouttes passait par la formation d'un jet similaire à ceux observés par Worthington lors de l'impact de gouttes sur des liquides. Il fallut ensuite attendre l'étude de Woodcock *et al.* en 1953 [1] pour réaliser les premières images de ce phénomène (cf. figure 1.1).

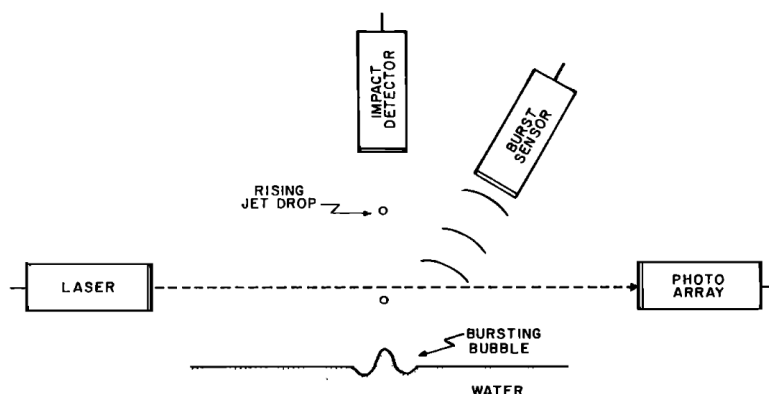


FIGURE 1.9: Montage expérimental utilisé par Spiel permettant d'obtenir la taille et la vitesse des gouttes éjectées par le jet dû à l'éclatement d'une petite bulle. Figure : Spiel (1994) [33].

S'en suivirent d'assez nombreuses études expérimentales de Toba *et al.* [34–36], de Blanchard *et al.* [10, 37–40] et de Spiel [27, 33, 41, 42], dont le but était de caractériser les aérosols ainsi produits dans de l'eau douce et de l'eau de mer. Blanchard et Toba réalisèrent notamment des mesures expérimentales concernant la taille et la hauteur des *gouttes de jet* éjectées en utilisant un cathétomètre. Spiel développa quant à lui un dispositif expérimental basé sur une barrière laser, un détecteur d'impact et une barrette photo-sensible, tel que présenté en figure 1.9, qui lui permit d'obtenir la taille, la vitesse et le nombre de gouttes émises par chaque bulle. À partir de ces données, il postula une loi en exponentielle pour la vitesse d'éjection des gouttes en fonction de la taille de la bulle-mère R et une loi de puissance 1.3 pour la taille de ces gouttes toujours en fonction

de R . Peu de différences furent obtenues entre les expériences dans de l'eau de mer et dans de l'eau douce.

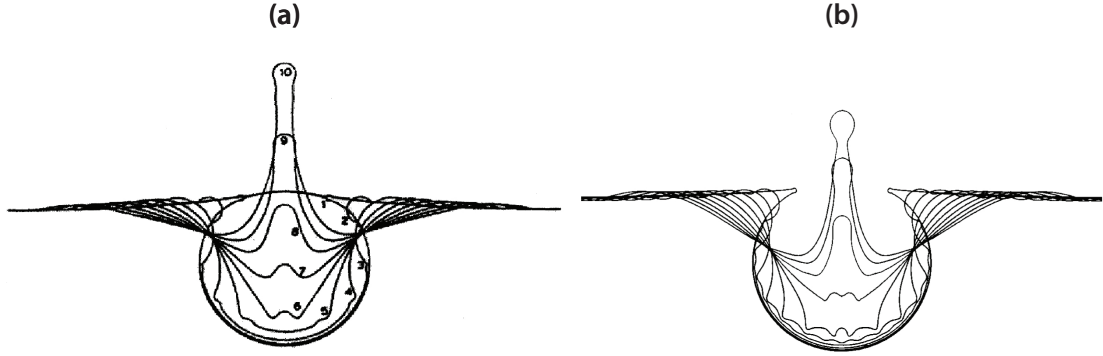


FIGURE 1.10: (a) Profils expérimentaux et (b) numériques obtenus lors de l'éclatement d'une bulle de 1.7 mm de rayon dans de l'eau. $\delta t = 167 \mu s$ entre deux profils. Figure : Mac Intyre (1968) [43] et Duchemin *et al.* (2002) [44].

MacIntyre [43], quant à lui, reprit les données expérimentales de l'équipe de Blanchard et se concentra sur la façon dont la cavité s'effondre pour donner naissance à un jet (cf. figure 1.10 (a)). Un ensemble d'ondes capillaires convergent en fait vers le fond de la cavité où elles se rencontrent et donnent naissance au jet. De plus, en utilisant une goutte de colorant positionnée juste sous la bulle, il montra que l'éjection du jet de liquide vers le haut s'accompagne aussi d'un jet de liquide vers le bas lui même associé à un tourbillon.

Spiel [42], Blanchard & Syzdek [45], Resch & Afeti [46], Wu [47] et Lhuissier & Villiermaux [2] se sont aussi intéressés aux *gouttes de film* produites pendant la rupture du film de liquide séparant la bulle de l'air ambiant au début du processus d'éclatement de la bulle. Ils montrèrent que, dans l'ensemble, ces *gouttes de film* sont de tailles bien inférieures aux *gouttes de jet* à taille de bulle donnée et que leur nombre est beaucoup plus élevé que ces dernières [5]. Lhuissier & Villiermaux [2] ont montré que, dans l'eau, seules les bulles ayant un rayon de calotte sphérique compris entre environ 1 mm et 10 mm (soit de 0.5 mm à 3 mm en rayon équivalent de taille de bulle) produisent de tels *gouttes de film*.

À la fin des années 1990, les premières études numériques furent menées pour tenter notamment de calculer la vitesse d'éjection du jet et la taille des gouttes émises [48–50]. L'étude la plus aboutie reste celle de Duchemin *et al.* [44, 51] qui montrèrent que, dans une large gamme de tailles de bulles, **la vitesse d'éjection se comporte comme la vitesse typique capillaro-inertielle** $\sqrt{\gamma/\rho R}$. La comparaison entre les profils numériques de la cavité pendant son effondrement présentés en figure 1.10 (b) et les profils expérimentaux extraits par Mac Intyre montre une forte similitude. De plus, aux alentours d'une certaine taille de bulle, ils observèrent que la vitesse du jet tend à

devenir singulière : les jets obtenus sont de plus en plus fins et rapides à mesure que l'on s'approche de cette taille critique. Nous reviendrons sur ce comportement dans la partie 1.2.5 consacrée aux jets singuliers.

Dans une étude appliquée à la biologie, Dey *et al.* [49] se sont penchés sur l'effet des tensio-actifs lors de l'éclatement de bulles. Ils réalisèrent des mesures expérimentales et numériques de la vitesse d'éjection du jet, du nombre de gouttes produites et de leurs rayons en fonction de la concentration en tensio-actifs et ont montré que l'augmentation de la concentration en de telles molécules aboutit à une baisse de la vitesses des jets. Puisque l'ajout de tensio-actif a pour effet de diminuer la tension interfaciale, cela diminue donc l'énergie potentielle capillaire que va libérer la bulle lors de son éclatement. Il est donc normal d'obtenir des vitesses inférieures au cas du même liquide pur.

Plus récemment, l'avènement des caméras ultra-rapides permit des mesures directes de la dynamique d'éjection des jets et de refermement de la cavité : Lee *et al.* [52] montrèrent que si la bulle devient trop petite (inférieure à $20\ \mu\text{m}$ dans de l'éthanol par exemple), aucun jet n'est émis¹ tandis que Sangeeth *et al.* s'intéressèrent à la dynamique de fermeture de la cavité. Ils mirent en évidence expérimentalement sur différents fluides que la vitesse tangentielle des ondes au fond de cette cavité évolue comme la vitesse typique capillaro-inertielle $\sqrt{\gamma/\rho R}$ et que le temps nécessaire à l'effondrement de la cavité va comme $R^{3/2}/\sqrt{\rho/\gamma}$.

1.2.2.2 Jets d'impact de gouttes

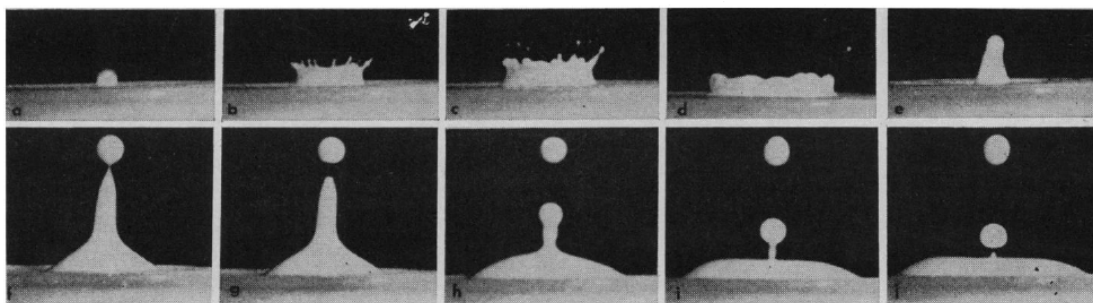


FIGURE 1.11: Impact d'une goutte de 3.4 mm de diamètre dans un liquide. Image : Hobbs *et al.* (1967) [53].

Nous avons vu dans la partie 1.2.1 que Worthington fut le premier à documenter la chute d'une goutte dans un liquide et le jet ainsi émis. La figure 1.11 illustre ce phénomène, de l'entrée de la goutte dans le liquide jusqu'à l'éjection du jet en passant par la création d'une corolle liquide et d'une cavité. Dans son étude de 1908 [29], Worthington

1. Cependant, son étude est réalisée en eau très peu profonde, typiquement de même profondeur que le diamètre initial de la bulle étudiée. La cavité qui s'effondre est donc gênée par cette proche paroi, ce qui signifie que dans le cas d'une bulle en eau plus profonde le résultat n'est peut-être pas le même...

fait varier la hauteur de chute de la goutte, ce qui change la vitesse d'impact. Il observe alors que plus la vitesse de chute est grande, plus la corolle liquide formée lors de l'impact de la goutte est haute, jusqu'à finalement aboutir à la formation d'une cloche liquide lorsque cette corolle est suffisamment grande pour se refermer sur elle même.

Suivant ses pas, plusieurs études [53–55] s'attelèrent à comprendre la formation de ces *splashes* : conditions d'apparition, nombre de gouttelettes éjectées... D'autres, comme Bisighini *et al.* [56] se concentrèrent sur la formation de la cavité. Assez peu d'études s'intéressèrent à la dynamique du jet émis par ce procédé. L'une des plus complète comportant des mesures de vitesses d'éjection du jet est celle de Fedorchenko & Wang [57]. Ils étudièrent les effets de la viscosité et de la profondeur de bain de liquide où la goutte tombe. Dans le cas d'impact sur des films de liquide peu épais (c'est à dire des profondeurs de une à six fois le diamètre de la goutte), ils montrèrent que la dynamique d'effondrement de la cavité et la vitesse du jet sont influencées par la viscosité : cette dernière joue sur le détail du refermement de la cavité et donc sur l'éjection du jet. Étant données les échelles mises en jeu dans ce phénomène, de l'ordre de grandeur de la longueur capillaire, ils conclurent par ailleurs qu'il fallait à la fois considérer la capillarité et la gravité pour bien caractériser la dynamique de ce problème. Ainsi, ces jets ne sont pas purement engendrés par les forces capillaires, contrairement au cas des bulles qui éclatent à la surface d'un liquide. Il serait intéressant de mener une étude expérimentale complète en eau profonde, afin d'observer la dépendance de la vitesse du jet avec la profondeur H de la cavité. Sachant que la vitesse typique capillaire est $\sqrt{\frac{\gamma}{\rho H}}$ et que la vitesse typique gravitaire est \sqrt{gH} , on peut se demander quelle sera alors la vitesse mettant en jeu à la fois capillarité et gravité.

1.2.3 Jets gravitaires

Dans la sous-partie précédente, nous avons évoqué le cas des cavités créées par l'éclatement de petites bulles, qui sont de tailles très petites par rapport à la longueur capillaire. Dans ce cas, la force qui tend à ramener la surface libre à sa position d'équilibre est la capillarité. Nous avons ensuite abordé le cas des cavités de tailles intermédiaires, lors de l'impact de gouttes sur un bain de liquide, c'est à dire de tailles équivalentes à la longueur capillaire. Ce type de cavité voit sa dynamique gouvernée à la fois par la gravité et par la tension de surface. Dans cette partie, nous nous intéressons maintenant aux cavités de tailles bien supérieures à la longueur capillaire, pour lesquelles la force motrice qui referme la cavité est alors a priori la gravité.

Dans la nature ou dans la vie quotidienne, de nombreux mécanismes peuvent mener à de larges déformations d'une surface libre. C'est par exemple le cas quand une vague

heurte une jetée, lorsqu'une explosion a lieu à la surface de l'océan ou encore, quand une grosse bulle éclate à la surface d'un liquide visqueux tel que de la soupe ou du verre fondu.

1.2.3.1 Impact de vague sur une jetée

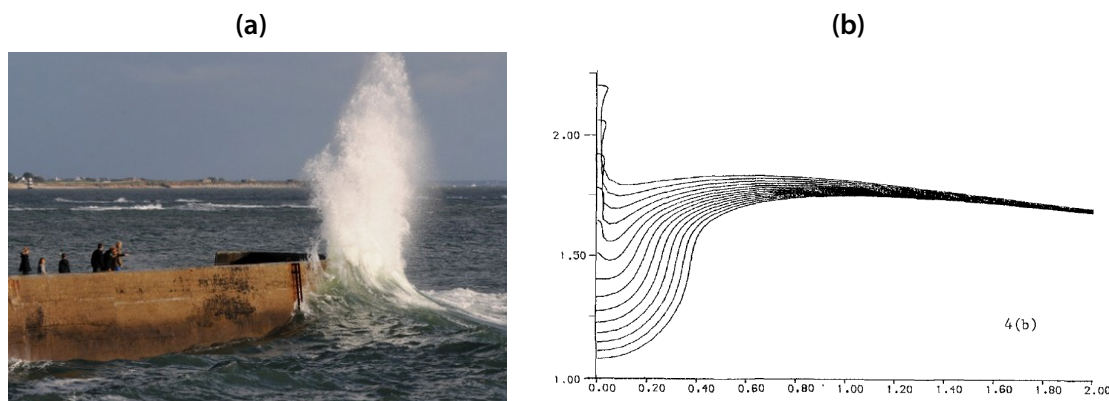


FIGURE 1.12: (a) Photographie de l'impact d'une vague sur une jetée à Lomener en Bretagne. (b) Étude numérique montrant les profils successifs d'une vague lors de son impact sur un mur vertical et le jet qui en résulte. Extrait de : Cooker & Peregrine (1990) [58].

Lorsqu'une vague s'approche d'une jetée, puis qu'elle s'écrase sur celle-ci, il est possible d'observer un phénomène courant : la vague transforme son mouvement horizontal en un violent jet vertical tel que celui de la figure 1.12 (a). Peregrine & Cooker [58, 59] se sont penchés de plus près sur ce problème en réalisant une étude numérique de l'impact d'une vague sur un mur vertical. La figure 1.12 (b) montre les profils successifs de la surface libre à mesure que la vague avance vers la paroi. La fin de l'approche de la vague se traduit par la création d'une cavité, puis, sous l'effet de la pression hydrostatique cette cavité s'effondre en donnant naissance à un jet.

L'étude numérique de Cooker & Peregrine et les mesures expérimentales notamment de Chan & Melville [60] ont montré que **les pressions, les vitesses et les accélérations maximales mises en jeu étaient bien plus importantes que celles normalement attendues**. En effet, dans le cas d'un simple équilibre entre gravité et inertie, la vitesse caractéristique est \sqrt{gH} , avec H la profondeur de la cavité mise en jeu et l'accélération associée g . Dans le cas de la vague qui s'écrase sur une jetée, les vitesses obtenues vont jusqu'à $20\sqrt{gH}$ tandis que les accélérations atteignent $8000\ g$! Cooker & Peregrine expliquent cela en invoquant un phénomène de focalisation du liquide en un point donné, qui aboutit alors à ces surpressions et à ces jets très intenses.

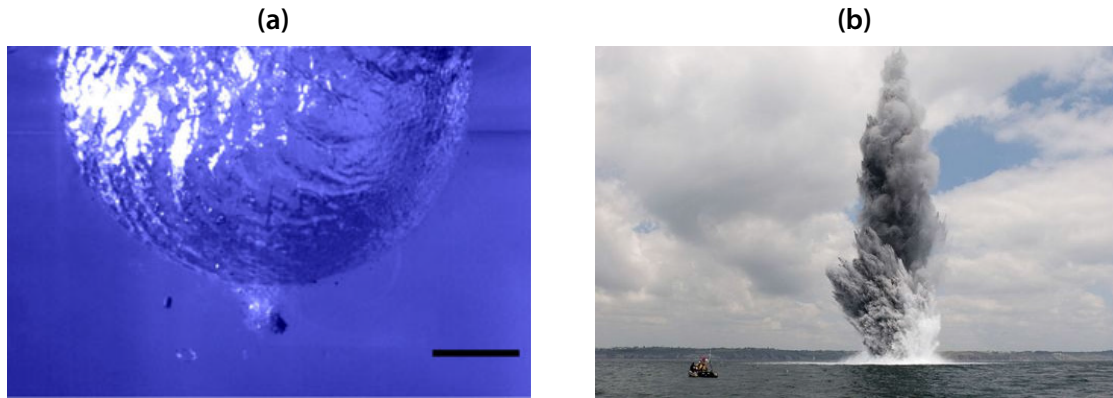


FIGURE 1.13: (a) Cavité créée par l'explosion d'un pétard à la surface de l'eau. Barre d'échelle : 5 cm. Extrait de : Benusiglio *et al.* (2014) [61]. (b) Explosion d'une bombe à la surface de la mer et jet associé. Image : marine nationale.

1.2.3.2 Explosion à la surface d'un liquide

L'explosion d'une bombe à la surface de la mer, notamment lors d'opérations de déminage telle que celle présentée en figure 1.13 (b), constitue une autre situation où la surface de l'eau est déformée sur une large taille. Ce phénomène peut être reproduit à l'échelle du laboratoire en faisant éclater un pétard à la surface de l'eau. Cela permet alors d'obtenir une cavité hémisphérique comme par exemple celle de la figure 1.13 (a). Cette cavité se referme ensuite sous l'effet de la pression hydrostatique, puisque sa taille est très supérieure à la longueur capillaire, et donne un jet analogue à celui de la figure 1.13 (b). Benusiglio *et al.* [61] ont mené une campagne d'expériences en utilisant cette technique. Après avoir caractérisé l'évolution de la profondeur maximale de la demi-sphère H en fonction de la puissance du pétard qui éclate, ils ont montré que **la dynamique de refermement de la cavité était bien cohérente avec un équilibre entre inertie et gravité** puisque le temps d'effondrement de la cavité se comporte comme $\sqrt{H/g}$. De plus, des mesures de la hauteur maximale du jet H_{jet} ont été effectuées : H_{jet} évolue linéairement avec H , ce qui indique que la vitesse d'éjection du jet se comporte certainement comme \sqrt{gH} puisque si le jet est balistique, alors $H_{\text{jet}} = \frac{v_{\text{jet}}^2}{2g}$.

1.2.3.3 Détachement de grosses bulles dans un liquide visqueux

Un autre exemple de jet créé par la relaxation d'une surface libre sous l'effet de la gravité apparaît dans l'industrie lors de la propagation de grosses bulles dans un liquide visqueux. En effet, certains procédés industriels nécessitent l'injection de bulles dans des liquides très visqueux tels que du verre ou du métal fondus. Dans ce type de fluide, les bulles créées au moyen d'une buse en fond de cuve sont très étirées au moment où elles se détachent, contrairement aux grosses bulles dans des liquides non visqueux. Dans le



FIGURE 1.14: Séquence d'image montrant le détachement d'une grosse bulle dans un liquide de viscosité 420 mPa.s et le développement d'un jet en son sein. Image : Séon *et al.* (2012) [62].

cas des liquides visqueux, cette forme allongée crée une grande différence de pression hydrostatique entre le haut et le bas de la bulle, soit sur la longueur H correspondant à la hauteur de la bulle. Séon & Antkowiak [62] ont montré que **cette différence de pression $\rho g H$ est responsable de l'émission de jet très rapides** à l'intérieur même de ces bulles juste après leur détachement. La figure 1.14 illustre ce phénomène. De façon surprenante, ces auteurs observent que la vitesse du jet évolue comme $H^{3/2}$, ce qui est plus rapide que le $H^{1/2}$ attendu dans le cas classique d'un équilibre entre gravité et inertie. Comme dans le cas de l'impact de la vague contre une jetée, il est possible d'expliquer cette vitesse très élevée par une **focalisation du liquide** en un point donné. Dans ce cas là, le liquide afflue radialement dans la zone située sous la bulle et crée le jet lorsqu'il est projeté axialement. Ce jet est en effet focalisé car il est bien plus fin que la largeur de la cavité initiale.

1.2.3.4 Autres jets gravitaires dans les fluides complexes

Les phénomènes mettant en jeu des jets de liquide gravitaires peuvent aussi être observés dans le cas de fluides complexes. C'est ce qui se produit par exemple lors de l'éclatement de grosses bulles dans des boues thermales. Sur la figure 1.15, nous voyons que dans le cas de fluides non-newtoniens, l'effondrement d'une cavité sous l'effet de la gravité peut aussi donner lieu à des jets de liquide. De tels jets peuvent également être constatés au quotidien en faisant chauffer une soupe un peu épaisse ou une sauce tomate : les bulles créées lors de l'ébullition donnent irrémédiablement naissance à de violentes projections liquides capables de « repeindre » une plaque de cuisson...

À une échelle encore plus grande, nous pouvons aussi mentionner l'effet de l'impact d'une météorite sur une planète. Melosh & Ivanov [63] modélisent l'impact d'une météorite

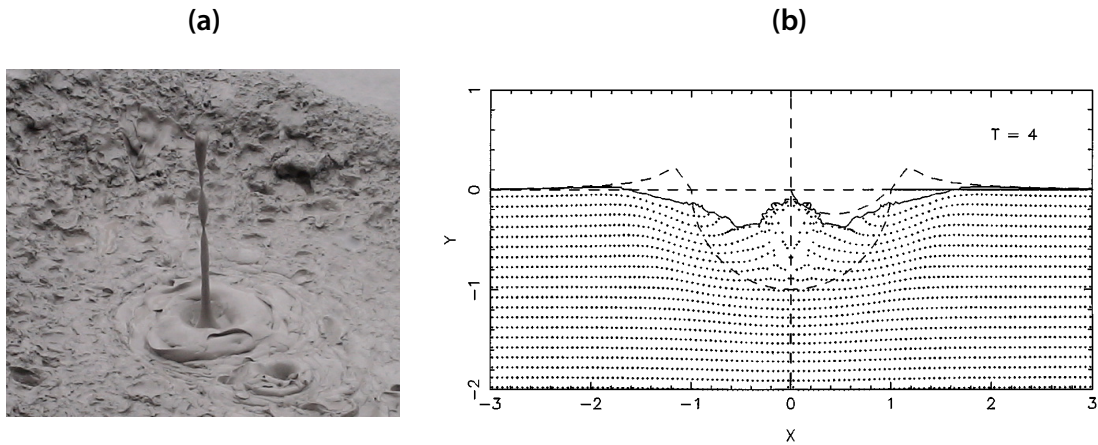


FIGURE 1.15: (a) Jet expulsé par une grande bulle dans un bain de boue thermique. (b) Cavité initialement créée par une météorite (en pointillés) et le cratère final associé, dont le diamètre est 40 km. Celui-ci présente la trace d'un jet granulaire en son centre dû à l'effondrement gravitaire de la cavité initiale. Figure : Melosh *et al.* (1999) [63].

comme étant similaire à l'impact d'une goutte sur une surface liquide : la météorite crée une cavité qui se referme ensuite sous l'effet de la gravité puisque les tailles mises en jeu sont suffisamment importantes devant la longueur capillaire. Sur la figure 1.15 (b), les pointillés représentent la cavité initiale, c'est à dire la cavité juste après l'impact de la météorite dans le sol. Le remplissage de la cavité aboutit ainsi à la création d'un « jet », tel que celui observable sur la figure 1.15 (a). Il est même possible de trouver un critère, qui dépend de l'intensité de la gravité sur la planète considérée, pour différencier les cratères simples, sans formation de pic central, des cratères complexes, exhibant un jet en leur centre.

1.2.4 Jets dus à une surpression

Une autre façon de rendre une interface hors équilibre est de lui appliquer une brusque augmentation de pression. C'est par exemple le cas pour les jets de charges creuses évoqués plus haut (paragraphe 1.1.4), mais aussi dans d'autres situations expérimentales explicitées ci-dessous.

1.2.4.1 Pression due à un impact

Dans le cas des jets de charges creuses, décrits en figure 1.6, la détonation appliquée à l'explosif crée une onde de pression qui se propage vers la partie creusée de façon conique : cela aboutit à une focalisation sur la pointe du cône et à la création d'un jet de métal liquide.

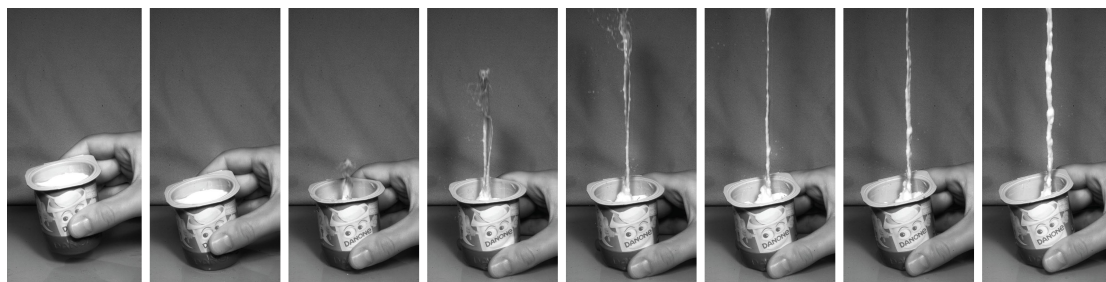


FIGURE 1.16: Jet de yaourt réalisé, au laboratoire, en tapant un pot de yaourt brusquement sur une surface dure : l'onde de pression se concentre au fond de la cavité, creusée au préalable dans le yaourt, et forme un jet. Le yaourt étant un fluide à seuil, il devient liquide à cause de cette sollicitation ce qui permet la formation d'un jet. $\delta t = 4.7$ ms.

De la même façon, il est possible de perturber une interface initialement au repos en lui appliquant une brève et intense onde de pression. C'est par exemple ce qui se passe lors de l'impact d'un pot de yaourt sur une table : lors de sa rencontre avec celle-ci, le yaourt présent dans le pot subit une importante onde de pression. Si la surface du yaourt est plate, il ne se passe pas grand chose. En revanche, si elle a été préalablement creusée en son centre, l'impact avec la table a pour effet la production d'un jet fin et rapide tel que celui visible en figure 1.16. Cette forme non plate de l'interface yaourt/air permet en effet de focaliser l'onde de pression au fond de la cavité et, puisque le yaourt est un fluide à seuil, sous l'effet de cette sollicitation il devient alors liquide : la courbure de l'interface se retourne et un jet est émis.



FIGURE 1.17: Chute libre d'un tube contenant de l'éthanol et impact sur une surface dure. L'onde de pression ainsi créée se focalise au fond de la cavité : l'interface change de courbure ce qui engendre un jet. $\delta t = 5.5$ ms. Image : Antkowiak *et al.* (2007) [64].

Cette expérience peut aussi être réalisée de façon plus contrôlée sur un fluide newtonien. Il suffit pour cela de mettre quelques centimètres d'un liquide mouillant (ici, de l'éthanol) dans un tube à essai et de laisser ce tube tomber verticalement sur une surface dure comme sur la figure 1.17. Il s'agit alors de l'expérience de Pokrovski, à laquelle

Lavrentiev & Chabat consacre un paragraphe dans leur livre *Effets hydrodynamiques et modèles mathématiques* [15]. Pendant sa chute libre, la surface libre du liquide prend alors une forme de portion de sphère car seule la tension de surface s'applique sur le fluide dans le référentiel du tube qui bouge. Ainsi, comme pour le yaourt préalablement creusé, lors de l'impact avec la surface dure **une onde de pression se propage dans le liquide et se focalise au fond de la cavité hémisphérique**. Cela donne ainsi naissance au puissant jet qui est observé sur la figure 1.17. Antkowiak *et al.* [64] ont montré que la vitesse d'éjection du jet obtenu ne dépend ni de la viscosité, ni de la tension de surface, ce qui accrédite un scénario purement inertiel. De plus, ces auteurs ont réalisé avec succès la même expérience dans un milieu granulaire, dont l'interface était préalablement creusée au centre, à la place du liquide, et ont observé le même type de jet. Cela corrobore donc le fait que dans cette expérience, seule l'inertie du fluide et la courbure de l'interface sont importantes.

1.2.4.2 Pression exercée par une bulle de vapeur

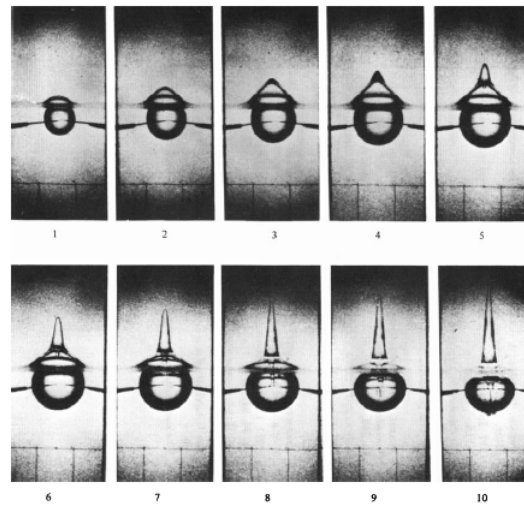


FIGURE 1.18: Croissance et effondrement d'une bulle de vapeur dans de l'eau à proximité d'une surface libre. Les deux pointes visibles sur les images sont les électrodes permettant la génération d'une bulle de cavitation. L'onde de pression générée par la soudaine croissance de la bulle perturbe l'interface au repos et crée un jet de liquide vertical. Rayon de la bulle $R = 17.9$ mm et $\delta t = 0.8$ ms. Image : Blake *et al.* (1981) [65].

Une interface initialement au repos peut aussi être perturbée par la croissance d'une bulle de cavitation proche de la surface. Blake & Gibson [65] ont étudié expérimentalement ce cas : une étincelle très intense est créée par une électrode juste sous la surface de l'eau. Cela engendre une bulle de cavitation, c'est à dire une bulle composée de vapeur d'eau, qui déforme alors la surface libre initialement plate. La pression soudainement exercée par la bulle sur le liquide éjecte ainsi un jet, visible sur la figure

1.18, au dessus du niveau du liquide initialement au repos. Dans les instants suivants, la bulle s'effondre sur elle même en créant un second jet, cette fois à l'intérieur de la bulle, similaire à celui de la figure 1.5. Blake & Gibson ont montré que pour bien décrire toute la dynamique de ces interfaces, il est nécessaire de prendre en compte l'équation de Bernoulli dans sa forme complète. Quelques années plus tard, Longuet-Higgins [66] reprit ce problème et décrivit le jet obtenu à l'aide d'une hyperboloïde de Dirichlet.

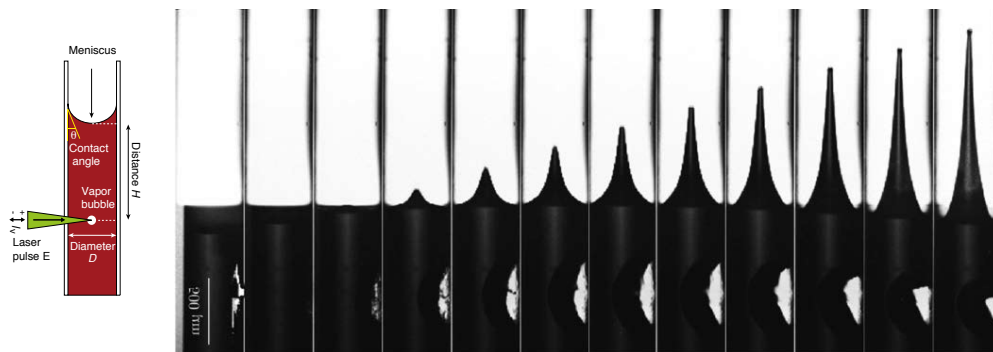


FIGURE 1.19: Création d'une bulle de cavitation grâce à un laser puis émergence d'un jet de liquide causé par l'onde de pression générée par la croissance soudaine de la bulle. Figure : Tagawa *et al.* (2012) [67].

Plus récemment, Tagawa *et al.* [67] ont étudié en géométrie confinée un problème similaire : à l'aide d'un laser, une bulle de cavitation est créée dans un tube capillaire de faible diamètre ($500\ \mu\text{m}$) comme visible sur la première image de la figure 1.19. Cette bulle s'effondre immédiatement (seconde image) puis recroît (troisième image et suivantes) : cela génère alors une importante onde de pression qui perturbe la surface libre initialement sphérique et aboutit à la création d'un puissant jet focalisé. Les jets obtenus par ce procédé peuvent atteindre des **vitesse supersoniques** de l'ordre de $850\ \text{m.s}^{-1}$. Les auteurs revendiquent l'utilisation de ce système pour réaliser des injections de médicaments sans aiguilles : vue la vitesse et l'épaisseur de ces jets, le liquide contenu dans le capillaire peut être injecté à travers la peau d'un patient sans passer par une aiguille, ce qui est intéressant d'un point de vu sanitaire.

1.2.5 Jets singuliers

Parfois, l'effondrement d'une cavité peut aboutir à l'émission d'un jet extrêmement rapide sans aucune sollicitation impulsionnelle. Ces très Parfois, l'effondrement d'une cavité peut aboutir à l'émission d'un jet extrêmement rapide sans aucune sollicitation impulsionnelle. Ces très grandes vitesses peuvent alors s'expliquer par les courbures κ très élevées qui apparaissent lors de la relaxation de la cavité. En effet, si la courbure diverge, le saut de pression de Laplace $\Delta P = \gamma\kappa$ entre le liquide et l'air au passage de l'interface diverge aussi, ce qui entraîne des vitesses très élevées. Une telle divergence de

la courbure est par exemple observée lors de la rupture d'un ligament liquide, puisque le rayon du jet tend localement vers zéro. Il s'agit alors d'une singularité en temps fini.

1.2.5.1 Jets singuliers sans rupture de l'interface

Nous avons vu dans le paragraphe 1.2.2.1 que les jets issus de l'éclatement de petites bulles peuvent voir leurs vitesses diverger dans une certaine gamme de tailles de bulle [44]. Duchemin *et al.* ont observé que **cette dynamique très rapide est en fait associée à une évolution auto-similaire des profils de cavité qui convergent vers une singularité en temps fini**. En effet, la cavité qui donne naissance au jet voit sa taille tendre vers 0, ce qui entraîne un important saut de pression de Laplace et donc une grande vitesse d'éjection du jet. **Les jets obtenus sont très caractéristiques car ils sont très fins.**

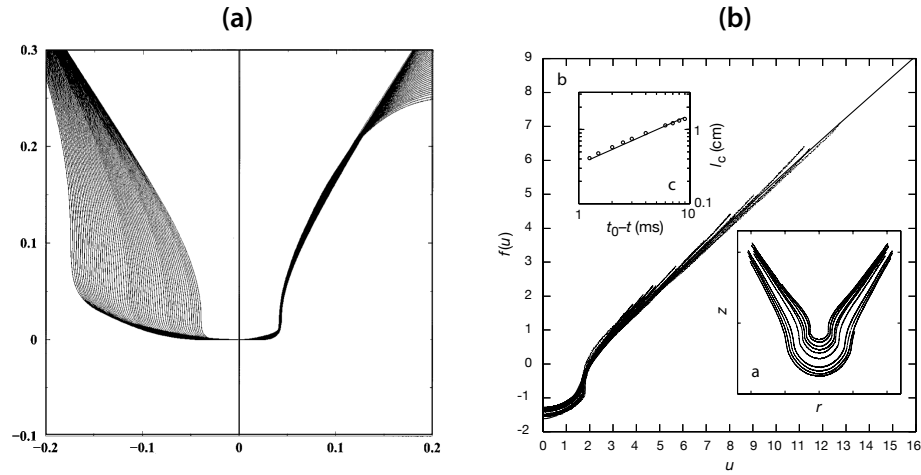


FIGURE 1.20: (a) Profils à différents temps de la cavité obtenue après l'éclatement d'une petite bulle éjectant un jet à très grande vitesse. La partie de gauche montre les données brutes tandis que la partie de droite montre ces mêmes données remises à l'échelle en utilisant les variables auto-similaires $(r(t_0 - t)^{-2/3}, z(t_0 - t)^{-2/3})$. Extrait de : Duchemin *et al.* (2002) [44]. (b) Profils de la cavité obtenue dans l'expérience de Faraday. En insert : données brutes. Courbe principale : données remises à l'échelle selon les mêmes variables auto-similaires que (a) et courbe maîtresse issue de la résolution numérique des équations (1.3), (1.4) et (1.5). Extrait de : Zeff *et al.* (2000) [68].

Duchemin *et al.* ont montré que la dynamique de la cavité vers cette singularité suit la forme auto-similaire typique d'un équilibre entre inertie et capillarité [69] :

$$h(r, t) = (t_0 - t)^{2/3} F\left(\frac{r}{(t_0 - t)^{2/3}}\right) \quad (1.1)$$

$$\phi(r, z, t) = (t_0 - t)^{1/3} G\left(\frac{r}{(t_0 - t)^{2/3}}, \frac{z}{(t_0 - t)^{2/3}}\right) \quad (1.2)$$

principale montre les courbes remises à l'échelle selon l'équation (1.1). Dans cette étude, les auteurs obtiennent aussi une forme numérique de cette courbe maîtresse en résolvant numériquement les équations qui gouvernent la dynamique de l'interface. En supposant que le liquide est incompressible et que l'écoulement est irrotationnel, $h(r, t)$ et $\phi(r, z, t)$ sont donnés par la condition d'incompressibilité, l'équation de continuité et l'équation de Bernoulli :

$$\Delta\phi = 0 \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial r} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + \frac{\gamma}{\rho} \kappa = 0 \quad (1.5)$$

où γ et ρ sont la tension de surface et la masse volumique du liquide utilisé, $\kappa = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ est la courbure en un point $h(r, t)$ de l'interface avec R_1 et R_2 les rayons de courbures locaux et $\phi(r, z, t)$ est le potentiel des vitesses.

Afin de résoudre ce système, Zeff *et al.* [68] injectent les solutions autosimilaires (1.1) et (1.2) dans ces équations puis utilisent un développement basé sur des polynôme de Legendre (qui vérifient donc l'équation (1.3)). Après une résolution numérique, ils obtiennent les coefficients associés à chaque polynôme puis vérifient le bon accord de leur solution avec leurs expériences en la traçant sur la courbe 1.20 (b).

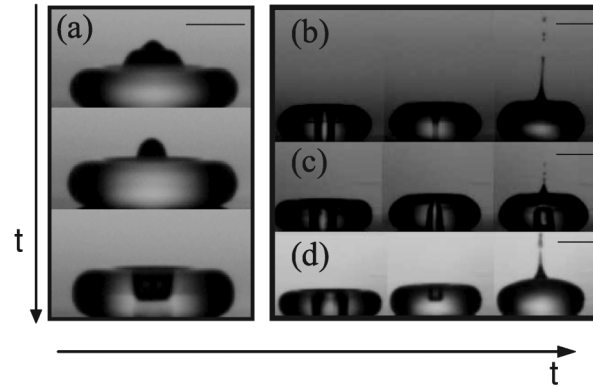


FIGURE 1.22: Impact d'une goutte d'eau sur une surface hydrophobe : une cavité est créée à la surface du liquide puis relaxe en donnant naissance à un jet très rapide. Dans le cas (d), où aucune bulle ne reste prisonnière, la dynamique suit l'évolution auto-similaire (1.1). Figure : Bartolo *et al.* (2006) [70].

D'autres phénomènes mettent également en jeu une solution autosimilaire utilisant les variables de similitude $(r(t_0 - t))^{-2/3}$, $z(t_0 - t)^{-2/3}$ caractéristiques d'un équilibre entre inertie et capillarité, comme par exemple la rétractation d'un cou de liquide suite à la rupture d'un ligament liquide [69, 71]. Une autre en particulier est aussi associée à l'émergence d'un jet singulier issu de la relaxation d'une interface : suite à l'impact

d'une goutte d'eau sur une surface hydrophobe, la surface du liquide forme une cavité qui expulse alors violemment un jet en se refermant [70]. La figure 1.22 illustre ce phénomène : la séquence de gauche montre la formation de la cavité lors de l'impact de la goutte, tandis que les trois séquences à droite montrent différents régimes (avec ou sans emprisonnement de bulle) où un jet émerge lors de la relaxation de la surface libre. Dans le troisième cas, les auteurs ont pu prouver que la dynamique de ce jet suivait elle aussi une évolution auto-similaire issue de l'équilibre entre capillarité et inertie puisque le rayon du jet obtenu évolue selon l'équation (1.1).

1.2.5.2 Jets singuliers avec rupture de l'interface

Nous venons de voir différentes configurations expérimentales où une surface libre fortement déformée converge vers une singularité en temps fini et aboutit à la création violente d'un jet de liquide. Dans tous ces exemples, l'interface reste continue la plupart du temps. Nous allons maintenant nous intéresser à un autre cas classique mettant aussi en jeu une singularité : le cas de la chute d'un objet dans un liquide. En effet, pendant sa chute, l'objet déforme la surface du liquide et crée une cavité telle que celle visible sur la figure 1.23. Initialement, cette cavité grandit au fur et à mesure de la chute de l'objet dans le liquide. Au bout d'un moment, sous l'effet de la pression hydrostatique ses bords commencent à se rapprocher et finalement la cavité se scinde en deux en son milieu. Au moment de ce pincement, le rayon minimal de la cavité tend alors vers zéro et la courbure de l'interface diverge donc. Il y a alors une singularité due à la rupture de l'interface. La cavité ainsi créée relaxe ensuite en créant un jet de liquide très rapide vers le haut, tel que visible sur la figure 1.23.

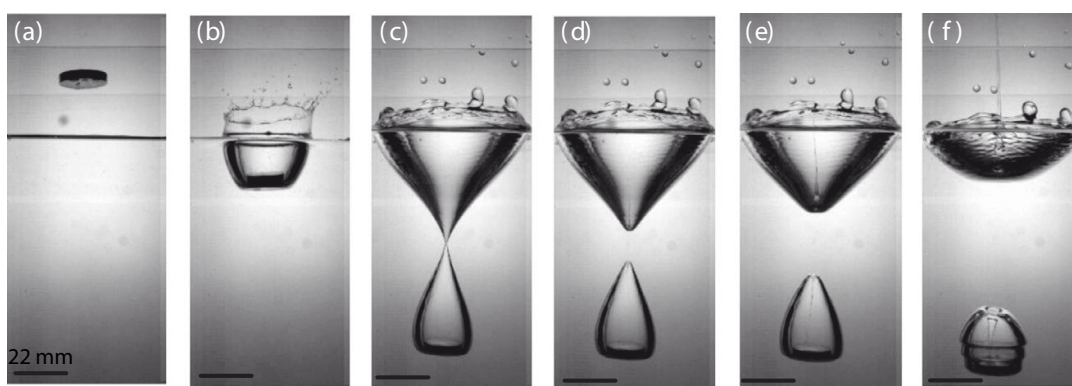


FIGURE 1.23: L'impact d'un disque dans de l'eau crée une cavité qui se scinde en deux parties. Celles-ci éjectent alors deux jets de liquide verticaux et de sens opposés. Ce processus met en jeu une singularité au moment du pincement de la bulle. Extrait de : Gekle & Gordillo (2010) [72].

La création de telles cavités suite à la chute d'objet est bien documentée dans la bibliographie : suite aux travaux pionniers de Worthington [29–31] certains auteurs se

sont intéressés à la forme de la cavité et à la localisation du pincement dans des liquides peu visqueux [73–78] ou plus visqueux [79]. D’autres se sont intéressés à la génèse du jet issu de cette cavité [72, 80] et aussi à la rupture de ce jet en de multiples gouttelettes [81].

Dans ces études, Gekle *et al.* [72, 80] ont réalisé des simulations numériques et une modélisation théorique afin de comprendre la dynamique d’éjection du jet. Bien que le processus de création de la cavité mette en jeu une singularité, ils trouvèrent finalement que **l’essentiel de la dynamique du jet est gouverné par les écoulements locaux autour de la base du jet**. En effet, à cause de l’absence de liquide dans la cavité, le liquide afflue radialement vers le fond de celle-ci. Ce mouvement de liquide est associé à une décélération radiale et engendre alors une accélération axiale qui nourrit le jet. Une fois sorti de cette zone de forte accélération, le jet évolue ensuite dans un régime balistique puisque plus aucune accélération ne s’exerce.

Cependant, ils montrent aussi que **la singularité joue un rôle mais uniquement lors de la création de la tête du jet**. En effet, au moment où la cavité se scinde en deux, le rayon minimal est très faible et la courbure est donc très grande. En réalité, celui-ci n’atteint pas zéro mais s’arrête à un rayon critique r_{\min} car à faible viscosité, l’écoulement d’air à l’intérieur de la cavité qui se pince atteint des vitesses supersoniques [82] et déclenche des instabilités qui entraînent la rupture de l’interface [83]. Ces grandes courbures créent alors localement un saut de pression très important entre l’air et le liquide au passage de l’interface via la loi de Laplace $\Delta P = \gamma\kappa$ qui peut ainsi donner naissance à un jet très rapide.

Gekle *et al.* obtiennent finalement une expression de la vitesse d’éjection du jet mettant en jeu cette longueur minimale, ce qui souligne le rôle de la singularité dans ce phénomène. Cependant, il montrent aussi, grâce à des simulations numériques dans lesquelles ils font varier ce paramètre, que dès que le rayon du jet devient comparable à cette taille r_{\min} , la dynamique du jet devient alors dominée par l’écoulement à la base du jet. C’est donc pour cela qu’ils affirment que l’essentielle de la dynamique du jet n’est pas gouvernée par la singularité due au pincement de la cavité mais par ces écoulements locaux.

Afin de poursuivre cette étude, il serait intéressant de voir si ces écoulements à la base du jet sont reliés ou non à la forme et à la taille de la cavité qui s’effondre *via* les différents paramètres utilisés dans l’étude de Gekle *et al.*. Vues les tailles des cavités obtenues et une fois la singularité dominée, on peut se demander si le moteur principal de l’effondrement de la cavité est la gravité, comme dans le cas de l’étude de Séon & Antkowiak sur les jets dans les bulles en milieu visqueux. Peut-on également relier les écoulements à la base du jet à des quantités mesurables expérimentalement

telle que la profondeur de la cavité? À notre connaissance, aucune étude expérimentale systématique de la vitesse d'éjection du jet en fonction de paramètres tels que vitesse, taille et densité de l'objet, ou encore, profondeur et largeur de la cavité, n'a été effectuée. Cela est sûrement dû au fait que les jets obtenus sont très fins et très rapides et qu'ils se déstabilisent rapidement en gouttelettes, ce qui empêche une bonne mesure de la vitesse d'éjection.

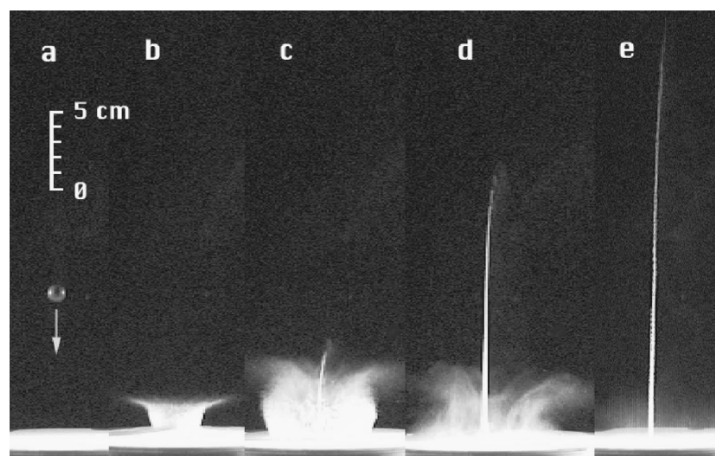


FIGURE 1.24: Tout comme lors de l'impact d'une bille dans un liquide, la chute d'un objet dans un milieu granulaire peut aboutir à l'émergence d'un puissant jet. Image : Thoroddsen *et al.* (2001) [84].

Remarquons que ce type de jet créé par la chute d'un objet est aussi observé lors de l'impact d'une bille dans un milieu granulaire préalablement fluidisé en y faisant circuler de l'air. Sur la figure 1.24, nous voyons que même si les grains ne constituent pas un milieu continu, et n'ont donc pas de tension de surface, le refermement de la cavité créée par le passage de la bille sous l'effet de la pression « hydrostatique » génère là aussi un jet granulaire rapide et fin. Le jet obtenu atteint des hauteurs bien supérieures à la profondeur de la cavité², ce qui traduit sûrement une focalisation de l'énergie dans le jet. Thoroddsen & Chen [84] et Lohse *et al.* [85] trouvent une forte dépendance de la hauteur maximale atteinte par le jet avec la hauteur de chute de la bille ce qui accrédite un effondrement gravitaire de la cavité. En effet, plus la bille tombe de haut, plus la vitesse d'impact est grande et plus la cavité obtenue est profonde. Cela entraîne alors une plus importante pression hydrostatique, donc une plus grande vitesse d'éjection du jet et enfin, une plus grande hauteur finale de celui-ci.

2. Le récipient utilisé a une profondeur de 12.2 cm, donc les cavités sont forcément de tailles inférieures, et nous observons que les hauteurs maximales présentées dans cet article dépassent les 40 cm. Ainsi, il semblerait que comme dans le cas de Séon & Antkowiak [62] il y ait une focalisation de l'énergie du milieu granulaire dans le jet.

1.3 Conclusion

1.3.1 Bilan

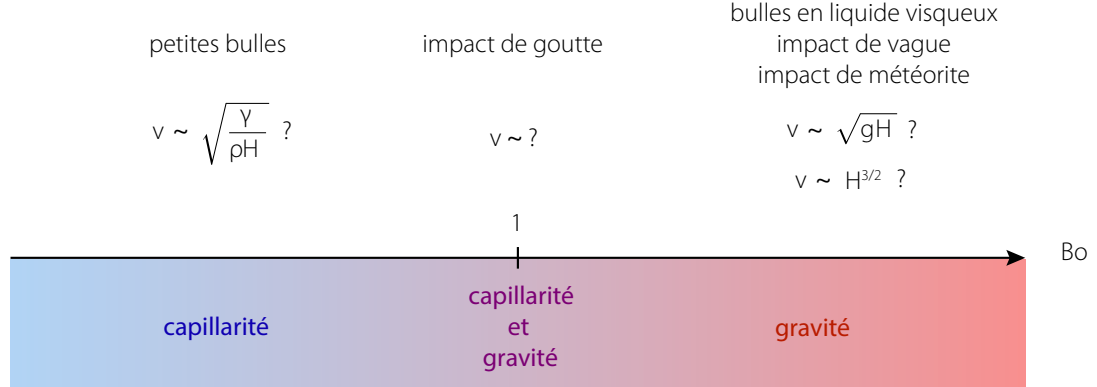


FIGURE 1.25: Fresque résumant la classification des phénomènes en fonction de la force motrice qui referme la cavité. Les vitesses indiquées sont les vitesses d'éjection du jet typiques dans le cas d'un équilibre de la force motrice avec l'inertie du jet.

Dans cette section introductive, nous avons vu que la relaxation d'une surface libre fortement déformée peut aboutir à l'émergence d'un jet de liquide. Les mécanismes mis en jeu lors de la création de ces jets sont de natures très diverses : par exemple, s'il s'agit d'une cavité de petite taille, la force qui ramènera l'interface à sa position d'équilibre est la tension de surface tandis que dans le cas d'une cavité plus grande, cette force motrice est alors la gravité. Dans certains cas à tailles intermédiaires, ces deux forces jouent des rôles équivalents. Afin de savoir dans quelle catégorie se situer, nous utilisons le nombre de Bond qui compare les effets de la gravité à ceux des forces de tension de surface :

$$Bo = \frac{\rho g L^2}{\gamma} = \frac{L^2}{l_{\text{cap}}^2}$$

où ρ et γ sont la masse volumique et la tension de surface du liquide, L est la taille caractéristique de la cavité étudiée et l_{cap} la longueur capillaire. Ce nombre sans dimension s'obtient simplement en écrivant l'équilibre entre les pressions hydrostatique $\rho g L$ et capillaire γ/L . Nous pouvons alors classer ces jets sur la fresque en nombre de Bond de la figure 1.25. Dans le cas où les jets émis sont très rapides, comme ceux vus dans les sections précédentes, et où la viscosité n'est pas trop grande, nous pouvons supposer que ces forces motrices s'équilibreront alors avec l'inertie du jet. Cela nous donne ainsi les vitesses typiques indiquées sur cette fresque. Ainsi, dans le cas d'un équilibre entre capillarité et inertie, nous attendons une vitesse en $H^{-1/2}$ [44] tandis que dans le cas gravito-inertiel, la vitesse semble plutôt être une fonction croissante de la H : $H^{1/2}$ pour un jet classique [86] ou encore par exemple $H^{3/2}$ pour un jet plus focalisé [62].

Dans d'autres cas, la dynamique de l'interface est induite par un brusque changement tel que la propagation d'une onde de pression ou encore par la présence d'une singularité à temps fini. Dans ce dernier cas, les vitesses peuvent devenir très grandes car l'interface atteint des tailles caractéristiques très petites et donc des courbures très importantes. Ces grandes courbures de l'interface se traduisent ensuite par de grands sauts de pression entre le liquide et l'air au passage de l'interface, qui donnent finalement naissance à des jets très rapides et très fins.

Parmi toutes les études citées ici, beaucoup se sont concentrées sur la création de la cavité mais peu d'entre elles se sont focalisées sur la dynamique du jet ainsi éjecté, surtout de façon expérimentale. Dans cette thèse, nous souhaitons réaliser une étude plus globale de ces jets de décharges et faire le lien entre l'effondrement de la cavité et la dynamique du jet obtenu.

1.3.2 Objectifs de cette thèse

Dans une première partie, nous souhaitons nous intéresser aux **jets produits à petite échelle** par l'éclatement de petites bulles à l'équilibre à une surface libre. En suivant les pas de Spiel et Duchemin, nous mesurerons la vitesse d'éjection du jet en fonction de l'ensemble des paramètres du problème : taille et forme de la bulle, propriétés du liquide telles que tension de surface, viscosité et densité. La vitesse du jet suit-elle alors une évolution typique d'un équilibre entre capillarité et inertie en $\sqrt{\frac{\gamma}{\rho R}}$ quelque soit le liquide, comme observé dans les simulations numériques de Duchemin *et al.* [44]³? Nous étendrons ensuite cette étude à une **caractérisation complète des aérosols** produits par ces jets, en vue de mieux comprendre la physique des *gouttes de jet*. Nous nous intéresserons particulièrement aux applications dans le cas du champagne. Nous présenterons la taille, la vitesse et la hauteur maximale atteinte par les huit premières gouttes éjectées par un même jet et nous utiliserons ces données pour évaluer l'évaporation subie par ces gouttes durant leur temps de vol.

Dans la seconde partie, nous regarderons la dynamique de **jets produits à grande échelle** grâce à une expérience modèle ne mettant pas en jeu de singularité, afin d'être sûr d'obtenir une dynamique dont le moteur est uniquement la gravité. Tout comme pour la première partie, nous évaluerons l'influence des paramètres du problème : taille, forme de la cavité et propriété du fluide. A priori, la vitesse attendue devrait être la vitesse inertio-gravitaire \sqrt{gH} , avec H la profondeur de la cavité. Cependant, plusieurs auteurs ont observé des vitesses anormalement grandes lors de l'émergence de jets d'origine gravitaire

3. Pour des bulles pas trop petites, telles que $La = \frac{\gamma R}{\rho \nu^2} > 10^5$

[58, 62] qui témoignent d'une focalisation de la quantité de mouvement du liquide dans les jets ainsi créés. Finalement, quelle est réellement la vitesse caractéristique de tels jets ?

Malgré la grande diversité de ces phénomènes physiques, tous ont en commun d'être des jets de « décharges » : le jet est éjecté à une vitesse élevée puis l'alimentation à la base du jet décroît à mesure que l'énergie initialement disponible à sa création est injectée dans le jet. De plus, à cause des grandes vitesses mises en jeu, nombre d'entre eux sont susceptibles d'évoluer dans un régime balistique une fois éjectés. Ainsi, dans une troisième partie, nous étudierons la **dynamique des jets de décharge dans un domaine inertiel** et ferons émerger de fortes similarités entre ces jets pourtant créés différemment.

Chapitre 2

Jets à petite échelle

2.1 Introduction

2.1.1 Objectifs

Dans cette partie, nous nous intéressons aux jets produits lors de l'éclatement de petites bulles tels que présentés à la section 1.2.2.1. Bien que de nombreuses études [27, 39, 44] se soient attelées à relier la vitesse du jet au moment de son éjection à la taille de la bulle, aucun de ces travaux n'a réalisé de mesures expérimentales directes. L'étude de Spiel [27] a permis d'obtenir expérimentalement la vitesse d'éjection de la première goutte (et non pas du jet) en intégrant le principe fondamental de la dynamique appliqué à la goutte en mouvement, après mesure du temps de passage sur une courte distance connue. Pour ce faire, il faut donc connaître précisément le coefficient de frottement de l'air sur la goutte en mouvement ainsi que sa taille. Blanchard [39] utilise quant à lui la même méthode, mais en intégrant sur la trajectoire totale de la goutte, depuis son éjection jusqu'à sa hauteur maximale, ce qui est donc encore moins précis, et en utilisant lui aussi un coefficient de frottement C_D dépendant de la vitesse de la goutte.

Dans cette thèse, nous réalisons des mesures directes de la vitesse instantanée du jet et des gouttes de façon non intrusive à l'aide de méthodes d'imagerie ultra-rapide. Nous avons dans un premier temps établi la dépendance de la vitesse du jet en fonction des paramètres de l'étude : taille de la bulle, masse volumique, viscosité et tension de surface du liquide. Nous avons pu comparer nos résultats avec ceux des travaux numériques [44] et expérimentaux précédents [27, 36, 39]. Après avoir observé la naissance du jet, nous avons réalisé une caractérisation complète des aérosols produits par le jet : leurs tailles, leurs vitesses d'éjection, leurs hauteurs maximales atteintes. Nous avons ensuite évalué l'évaporation à la surface de ces aérosols.

2.1.2 Dispositif expérimental

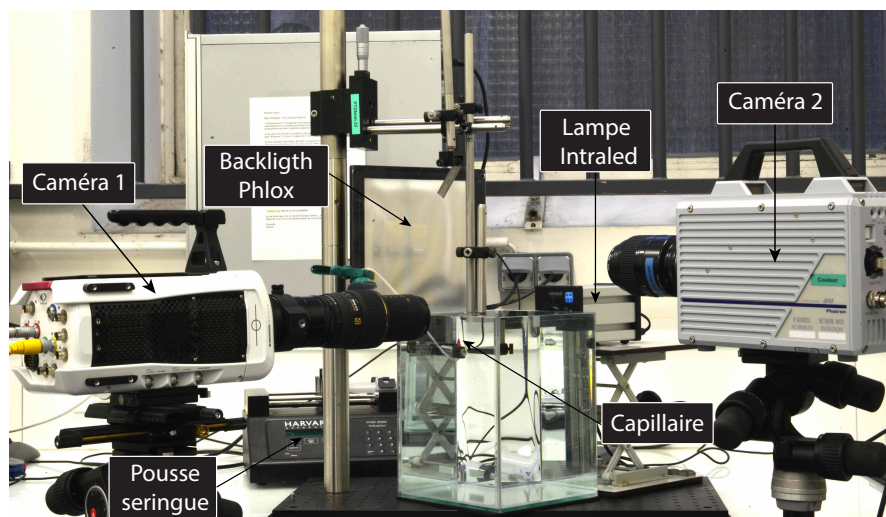


FIGURE 2.1: Dispositif expérimental utilisé pour étudier l'éclatement de petites bulles au repos à une surface libre. Les bulles sont produites par un tube capillaire, immergé quelques centimètres sous la surface du liquide, alimenté en air grâce à un pousse seringue. Le phénomène est filmé à l'aide d'une ou deux caméras ultra-rapides, placées perpendiculairement à la surface du liquide.

Dans nos expériences, des bulles d'air sont produites une à une puis elles sont filmées lors de leur éclatement au niveau de la surface libre du liquide. La figure 2.1 est une photographie du dispositif expérimental utilisé : une ou deux caméras rapides sont disposées devant un aquarium entièrement rempli du liquide à étudier. Un tube capillaire, relié à une plateforme de translation facilitant le réglage de sa hauteur, est immergé dans ce liquide quelques centimètres sous la surface. Celui-ci est alimenté en air grâce à un pousse-seringue qui permet d'injecter un volume choisi de gaz de façon quasi-statique afin de produire une seule bulle à la fois. Une des deux caméras filme de près, juste perpendiculairement à la surface libre du liquide, pour voir la création du jet, tandis que l'autre caméra filme sur une distance plus large pour bien voir les trajectoires des gouttes une fois éjectées.

L'aquarium utilisé a un volume de 10 litres ce qui est assez grand pour empêcher tout effet de bord et pour éviter que le liquide ne chauffe trop vite à cause des lampes au cours d'une série de mesures. L'aquarium est rempli à ras bord pour parer à l'apparition de ménisques qui gêneraient les acquisitions au niveau de la surface du liquide. Pour faire varier la taille des bulles, deux jeux de tubes capillaires de différents diamètres sont utilisés. Les capillaires de marque Techcon ont des diamètres allant de $80\ \mu\text{m}$ à $1800\ \mu\text{m}$ tandis que les capillaires en silice, vendu par la société CIL, vont de $5\ \mu\text{m}$ à $100\ \mu\text{m}$ de diamètre. Cela permet de réaliser des bulles de $300\ \mu\text{m}$ à $3\ \text{mm}$ de rayon.

Les caméras (Photron SA-5 et Phantom v7.11) sont munies d'objectifs macroscopiques et, si nécessaire, de bagues-allonges afin d'atteindre une résolution de $7\ \mu\text{m}$ par

pixel au mieux. Les films obtenus sont ensuite dépouillés à l'aide du logiciel ImageJ qui permet des mesures de distances et de vitesses. La taille de la bulle est obtenue à partir d'une image de la bulle statique sous la surface libre, et les vitesses de jets et de gouttes, en mesurant leurs déplacements sur quelques images. Selon les besoins, les acquisitions ont été réalisées entre 1 000 images par seconde (par exemple : trajectoire d'une goutte après son éjection) et 400 000 images par seconde (fin de l'effondrement d'une cavité).

Dans la plupart des cas, le temps d'exposition et la vitesse d'acquisition sont choisis séparément. En effet, pour avoir une image bien nette, un faible temps d'exposition est impératif ($1\ \mu\text{s}$ ou $2\ \mu\text{s}$ typiquement). Cependant, on ne souhaite pas filmer à ces vitesses (500 000-1 000 000 images par seconde) car alors la zone utilisée sur le capteur se réduit à moins de 68×68 pixels sur les $1\,024 \times 1\,024$ pixels du capteur. Il faut donc faire un compromis lors du choix de la vitesse d'acquisition pour avoir un maximum de pixels tout en filmant à une vitesse suffisante.

Nom	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S9	S12
Eau (%)	76	60	51	50	51	44	38	35
Glycérol (%)	24	40	49	50	51	56	62	65
$\rho\ (\text{kg.m}^3)$	1 058	1 100	1 120	1 125	1 137	1 141	1 157	1 164
$\mu\ (\text{mPa.s})$	2.1	3.3	4.4	5.2	6.2	7.4	9.7	12
$\gamma\ (\text{mN.m}^{-1})$	67	65	65	65	64	64	64	64
Mo	$6.0\ 10^{-10}$	$3.9\ 10^{-9}$	$1.1\ 10^{-8}$	$2.3\ 10^{-8}$	$4.9\ 10^{-8}$	$9.8\ 10^{-8}$	$2.9\ 10^{-7}$	$6.7\ 10^{-7}$

FIGURE 2.2: Caractéristiques des solutions utilisées dans la première partie de l'étude. Les valeurs indiquées pour la viscosité sont des valeurs moyennes car celle-ci varie avec la température. L'écart type observé autour de ces viscosités moyennes est compris entre 0.01 mPa.s et 0.04 mPa.s.

Nom	(i)	(ii)	(iii)
Eau (%)	89.5	66.6	55.3
Éthanol (%)	10.5	7.6	4.9
Glycérol (%)	0	25.8	39.8
$\rho\ (\text{kg.m}^3)$	983	1 047	1 082
$\mu\ (\text{mPa.s})$	1.6	2.6	3.6
$\gamma\ (\text{mN.m}^{-1})$	48	47	47.5
Mo	$6.1\ 10^{-10}$	$4.3\ 10^{-9}$	$1.4\ 10^{-8}$

FIGURE 2.3: Caractéristiques des solutions utilisées dans la seconde partie de ce chapitre.

Dans ce chapitre, deux séries de mesures ont été effectuées : l'une vise à déterminer la variation de la vitesse du jet en fonction des paramètres du liquide et l'autre a pour but de caractériser les aérosols dans le contexte du champagne. Pour la première série, des mélanges d'eau et de glycérol (S2-S12) ont été employés afin de faire varier la viscosité du liquide sans trop changer sa densité et sa tension de surface. Les caractéristiques de ces mélanges sont résumées dans le tableau 2.2. Les viscosités ont été mesurées grâce à

un viscosimètre à chute de bille thermostaté, les tensions de surface avec un tensiomètre à anneau et la densité avec un densimètre à tube en U oscillant.

Notons que la viscosité change fortement avec la température dans la gamme de températures possibles au laboratoire (15°C à 30°C environ), c'est pourquoi la viscosité de chaque solution est systématiquement mesurée au préalable à plusieurs températures afin de pouvoir extrapoler sa valeur à la température à laquelle la série d'expériences a réellement lieu¹. Autant que possible, pour une solution donnée, les expériences sont réalisées à des températures les plus proches possibles. Les valeurs de viscosité présentées dans ce tableau sont donc des valeurs moyennes sur l'ensemble des mesures pour différentes tailles de bulles (et donc différentes séries d'expériences). Pour voir l'influence d'un changement de tension de surface, de l'éthanol pur ($\gamma = 23.5 \text{ mN.m}^{-1}$, $\rho = 780 \text{ kg.m}^3$ et $\mu = 1.2 \text{ mPa.s}$) a aussi été testé.

Pour la seconde série, le but est de mimer du champagne à différentes températures, entre 4°C et 20°C. Ce changement de température induit principalement un changement de viscosité : le champagne passe de 3 mPa.s à 1.5 mPa.s sur cette même gamme de température, tout en conservant une tension de surface proche de 48 mN.m⁻¹ et une densité proche de l'unité. Pour reproduire de telles solutions sans avoir à travailler à des faibles températures, difficilement contrôlables, nous avons opté pour des mélanges d'eau, d'éthanol et de glycérol en proportions judicieusement choisies. Les propriétés des solutions obtenues (i) à (iii) sont présentées en figure 2.3. Afin de valider l'emploi de telles solutions, nous avons aussi réalisé quelques expériences dans du vrai champagne ($\gamma = 48 \text{ mN.m}^{-1}$, $\rho = 992 \text{ kg.m}^3$ et $\mu = 1.7 \text{ mPa.s}$ à 20°C). Dans les deux parties, l'étude a aussi été menée pour de l'eau distillée dont les caractéristiques sont les suivantes à 25°C : $\gamma = 72 \text{ mN.m}^{-1}$, $\rho = 1\,000 \text{ kg.m}^3$ et $\mu = 0.9 \text{ mPa.s}$.

La dernière ligne de chaque tableau indique le nombre de Morton $Mo = g\mu^4/\rho\gamma^3$ de chaque solution : ce nombre sans dimension permet de décrire uniquement la solution sans mettre en jeu de longueur ou de vitesse caractéristiques. Il correspond à : $Mo = \frac{Bo^3}{Ar^4}$ où le nombre de Bond $Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma}$ est le rapport entre les effets gravitaires et les effets de tension de surface et le nombre d'Archimède $Ar = \frac{\rho \sqrt{gR} R}{\mu}$ compare l'inertie, la gravité et la viscosité. Il vaut en moyenne $2.6 \cdot 10^{-11}$ pour l'eau et $2.0 \cdot 10^{-9}$ pour l'éthanol aux températures auxquelles nous avons travaillé.

1. Sur une plage large de quelques degrés Celsius, la viscosité est très bien estimée grâce à la formule suivante : $\mu = A \exp(-BT)$, où A et B sont des paramètres obtenus après une régression réalisée sur 3 ou 4 mesures de la viscosité effectuées à différentes températures T .

2.2 Description qualitative

2.2.1 Description du phénomène

2.2.1.1 Éclatement d'une bulle dans de l'eau

La figure 2.4 illustre l'éclatement d'une bulle de rayon $915\ \mu\text{m}$ dans de l'eau. La séquence du haut montre ce qui se passe juste au-dessus de la surface libre tandis que la séquence du dessous a lieu dans l'eau. Sur la première image de la séquence du haut, la bulle d'air est au repos sous la surface libre. Lorsque le film de liquide qui sépare la bulle de l'air ambiant éclate, la bulle devient alors une cavité de taille millimétrique ouverte à la surface de l'eau. Celle-ci n'est pas à l'équilibre car la capillarité a pour effet de rendre la surface du liquide d'aire minimale. Cette cavité se referme donc : **des ondes capillaires concentriques se propagent le long de la cavité et convergent jusqu'à son fond, où elles donnent naissance à un jet de liquide vertical**. La progression de ces ondes capillaires est visible sur la séquence du bas, qui a lieu temporellement entre les deux premières images de la séquence du haut de la figure 2.4.

Une fois créé, le jet se développe au-dessus de la surface libre et donne naissance à plusieurs gouttelettes à cause de l'instabilité de Rayleigh-Plateau. Sur cette séquence, nous observons que les gouttes ont une vitesse constante lors de leur éjection et du début de leur ascension, et qu'elles sont rapidement sphériques. Grâce à ce type d'images, nous pouvons définir leurs vitesses d'éjection et leurs rayons. Ces gouttelettes, qui sont nommées *aérosols*, peuvent ensuite atteindre une hauteur supérieure à 15 cm au-dessus du liquide [40] avant de retomber en l'absence de vent.

2.2.1.2 Éclatement d'une bulle dans un liquide cinq fois plus visqueux que l'eau

Pour voir l'effet d'un changement de viscosité sur le phénomène d'éclatement d'une bulle, nous avons utilisé un mélange d'eau et de glycérol cinq fois plus visqueux que l'eau mais dont la tension de surface et la densité ne changent que très peu par rapport à elle (cf. tableau 2.2). La figure 2.5 montre une bulle, d'à peu près la même taille que celle de la figure 2.4, éclater dans ce liquide visqueux. De même que dans l'eau, le film de liquide séparant la bulle de l'air ambiant draine à cause de la gravité puis éclate. La cavité résultante se referme également sous l'effet de la capillarité mais cette fois-ci, nous observons une seule onde capillaire qui converge vers le fond de la cavité (séquence du bas de la figure 2.5). Le processus d'effondrement de la bulle dans ce liquide visqueux est donc très différent de celui dans de l'eau.

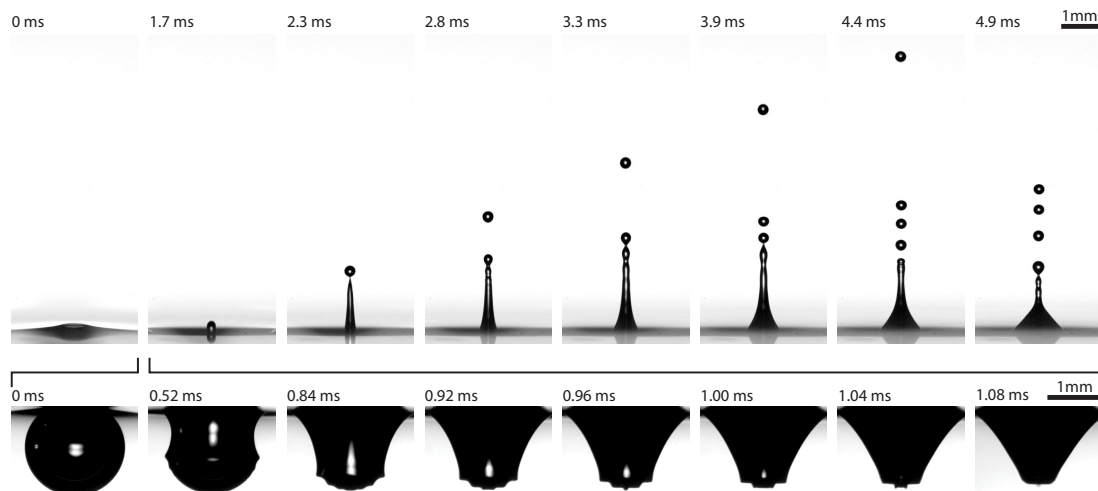


FIGURE 2.4: Séquences d'images montrant l'éclatement d'une bulle de $915 \mu\text{m}$ de rayon dans de l'eau. La séquence du bas présente l'éclatement de la bulle dans le liquide : des ondes capillaires convergent vers le fond de la cavité, où elles donnent naissance à un jet de liquide qui est éjecté violemment vers le haut. Ce jet est ensuite visible sur la séquence du haut, lors de sa propagation dans l'air. Les échelles spatiales et temporelles ne sont pas les mêmes : la séquence du bas a lieu entre les deux premières images de la séquence du haut.

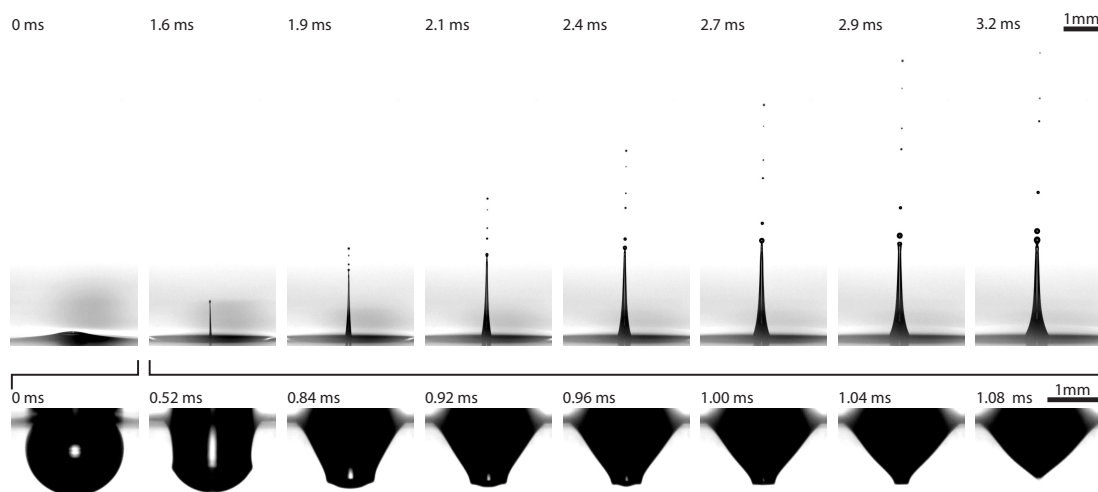


FIGURE 2.5: Séquences d'images montrant l'éclatement d'une bulle de $883 \mu\text{m}$ de rayon dans une solution cinq fois plus visqueuse que l'eau (solution S5 dans le tableau 2.2). Comme précédemment, la séquence du bas présente l'éclatement de la bulle dans le liquide et celle du haut montre le jet résultant de la relaxation de la cavité.

Nous constatons aussi que **le jet qui émerge de cette cavité est beaucoup plus fin et plus rapide que celui obtenu dans l'eau²**, pour une même taille de bulle. Les gouttes éjectées sont elles aussi beaucoup plus fines et elles sont aussi plus nombreuses. Nous aurions pu croire que l'effet de la viscosité sur la dynamique du jet

2. Attention, les échelles temporelles des séquences du haut de la figure 2.4 et 2.5 ne sont pas les mêmes.

serait négligeable vu la faible valeur de celle-ci. En fait, son rôle est primordial et contre-intuitif : en changeant la façon dont la bulle se referme, la viscosité promeut des jets plus rapides !

2.2.2 Observations expérimentales

Dans cette sous-partie, nous présentons quelques uns des différents phénomènes observés lors des séries d'expériences.

2.2.2.1 Répétabilité

Dans la suite de cette étude, nous mesurons des vitesses de jets, des tailles et des vitesses de gouttes. Afin d'obtenir un résultat représentatif, nous devons nous intéresser à la reproductibilité du phénomène. Pour ce faire, nous avons réalisé une quinzaine de fois la même expérience : une bulle de taille donnée ($R = 830 \mu\text{m}$, fixé par le capillaire utilisé) éclate à la surface de la solution (i). Nous comparons alors les vidéos obtenues en réalisant des séquences d'image à la même échelle spatiale et temporelle. La figure 2.6 présente quatre de ces expériences, représentatives de cette série. Nous constatons que **ce phénomène semble très reproductible**, et que le dispositif expérimental permet de bien respecter les mêmes conditions initiales d'une bulle à l'autre, notamment pour ce qui est de la taille de la bulle. En effet, les quatre bulles produisent bien le même nombre de gouttes (trois gouttes éjectées ainsi qu'une grosse goutte beaucoup plus lente, qui décolle à peine), et nous voyons que la progression de chacune de ces gouttes est très semblable d'une séquence à l'autre. Leur vitesse d'éjection et leur taille est également très similaire. De légères différences apparaissent seulement sur la fin, en comparant notamment ce qu'il reste du jet sur la dernière image de chaque séquence.

Cependant, il arrive que pour certaines conditions de tailles de bulles, de viscosité ou de tension de surface du liquide, de très légères différences de forme de jet lors de son éjection aboutissent à une forte différence sur la seconde goutte. La figure 2.7 montre deux bulles d'une même série avec les mêmes échelles spatiale et temporelle. Nous constatons que l'éjection de la première goutte est identique entre ces deux séquences mais qu'ensuite **le détachement de la seconde goutte diffère fortement** : sur la séquence du haut, la seconde goutte est plus rapide et plus fine que sur la séquence du bas.

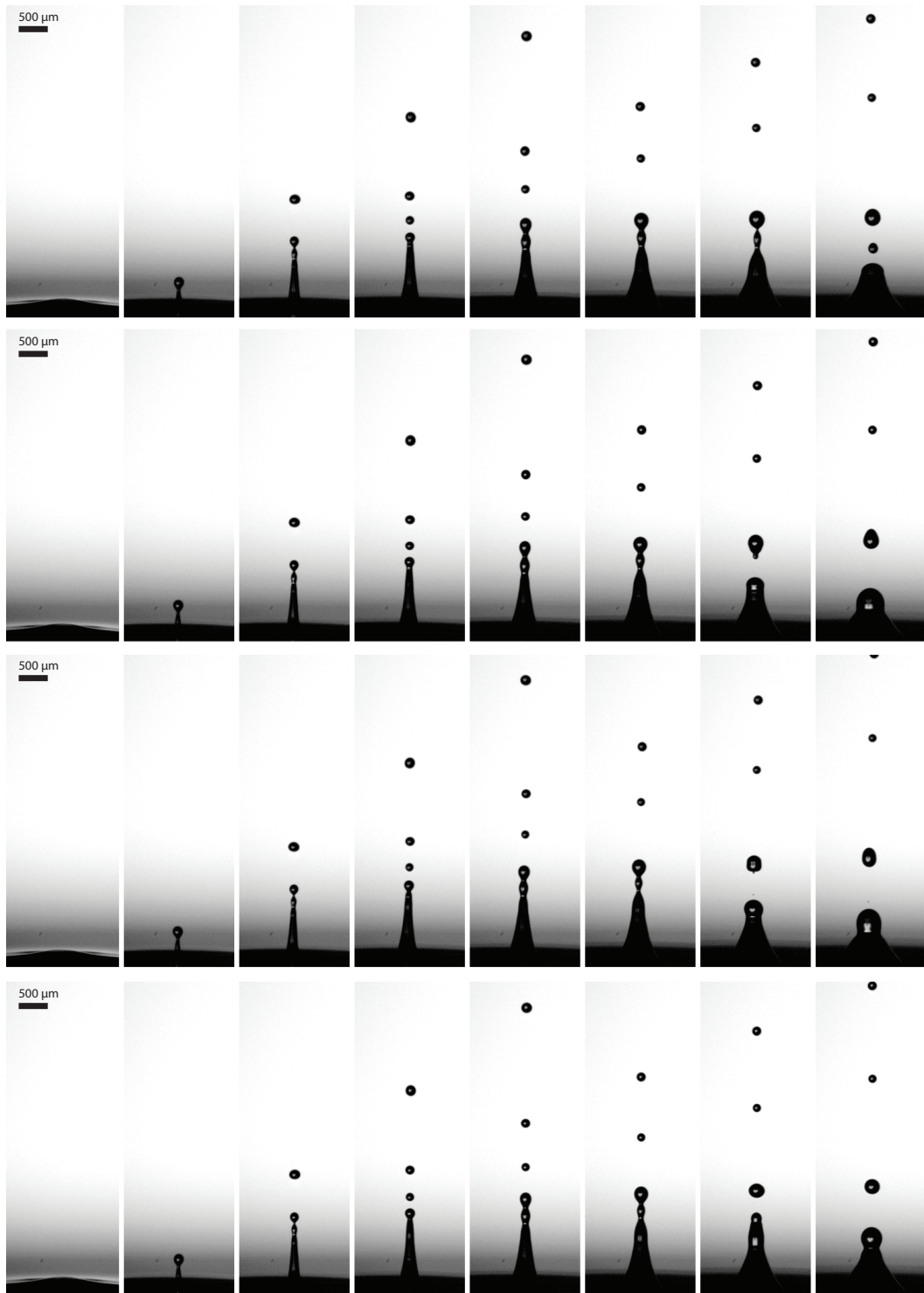


FIGURE 2.6: Séquences d'images montrant la très bonne répétabilité du phénomène. Quatre bulles de taille identique et dans les mêmes conditions mènent à des jets très similaires, au moins jusqu'au détachement de la troisième goutte ici. Le liquide utilisé est la solution (i) du tableau 2.3, $R = 830 \mu\text{m}$. $\Delta t_{1-2} = 1.68 \text{ ms}$ et $\delta t = 0.4 \text{ ms}$.

La seconde goutte de la séquence du bas a même l'air de regrouper ce qui correspond à la seconde et à la troisième goutte de la séquence du haut. Cela rappelle le phénomène

d'évitement de l'étranglement observé par Hoepffner & Paré [87] lorsqu'une goutte est sur le point de se détacher mais que finalement elle se fait rattraper par le reste du jet.

Nous notons que ces deux séquences présentaient déjà de faibles différences de forme et d'épaisseur du jet au moment du détachement de la première goutte. Ces petites différences semblent suffisantes pour perturber fortement le détachement de la seconde goutte. Ces images permettent ainsi de mieux comprendre ce phénomène de bimode de taille de seconde goutte, largement observé auparavant par Spiel lors de la mesure de tailles de gouttes en fonction de la taille de la bulle pour de l'eau [27]. L'étude de Spiel datant des années 1990, il n'avait pas accès aux films réalisés à la caméra rapide et il faisait ses mesures de tailles grâce à une barrette de photo-diode qui ne permettait pas de visualisation directe du phénomène.

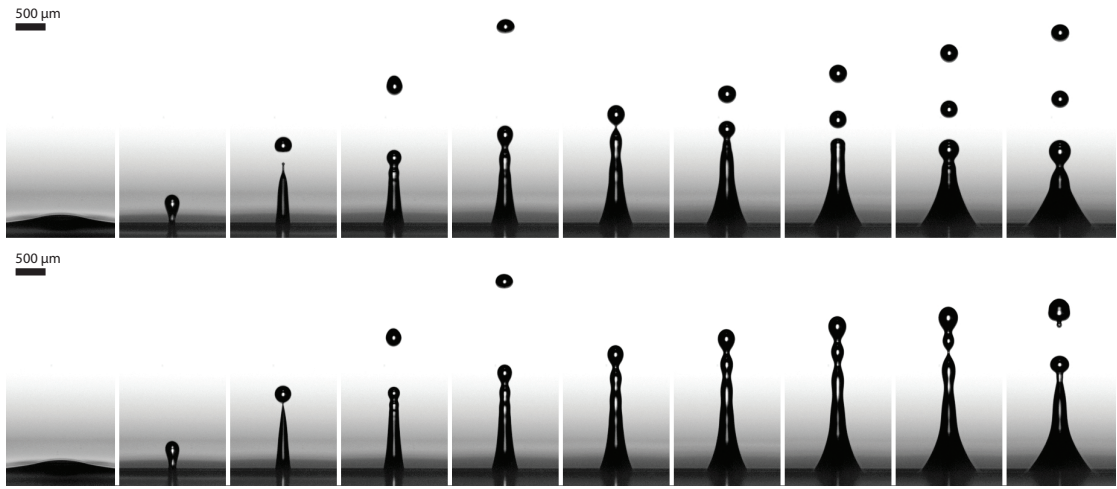


FIGURE 2.7: Séquences montrant l'éclatement dans de l'eau de deux bulles de même taille et dans les mêmes conditions. La première goutte éjectée est identique (même taille et même vitesse d'éjection) mais les deux séquences diffèrent lors du détachement de la seconde goutte. Celle-ci est plus grosse et moins rapide dans le second cas. Pour les deux séquences : $R = 939 \mu\text{m}$, $\Delta t_{1-2} = 1.8 \text{ ms}$ et $\delta t = 0.3 \text{ ms}$.

Ainsi, il semble nécessaire de répéter plusieurs fois l'expérience pour chaque taille de bulle afin de savoir si le bimode de taille observé par Spiel est visible ou non. Notons que quand ce bimode apparaît, les distributions de tailles de seconde goutte sont très resserrées autour de ces deux valeurs, ce qui permet quand même de définir non pas une, mais deux tailles de seconde goutte.

Finalement, nous pouvons supposer qu'une très faible asymétrie lors de la rencontre des ondes capillaires à la fin de l'effondrement de la cavité pourrait causer cette faible différence de forme du jet et se répercuter sur le détachement de la seconde goutte.

Cette étude de reproductibilité montre qu'en revanche si l'on s'intéresse seulement à la vitesse du jet lors de son passage au niveau de la surface libre en $z = 0$, une moyenne sur un faible nombre d'expériences (cinq environ) suffit à avoir un résultat fiable pour

chaque taille de bulle dans un liquide donné. Pour les études plus complète concernant le nombre, la taille, la vitesse et la hauteur des gouttes, le nombre de bulles analysé est en revanche pris égale à 12.

2.2.2.2 Jets de travers

L'éjection de jets de travers peut être un problème rencontré lors de ces expériences. La figure 2.8 montre deux bulles de même taille et dans les mêmes conditions expérimentales mais qui ne s'ouvrent pas de la même façon : la bulle de gauche éclate bien au milieu tandis que la bulle de droite éclate complètement à gauche. Nous voyons que cela se répercute sur la façon dont le jet est éjecté : celui de gauche est bien droit alors que celui de droite est de travers. En effet, **si l'ouverture du film ne se fait pas bien au sommet, cela entraîne une asymétrie des ondes capillaires qui convergent vers le fond de la cavité et le jet ainsi créé n'est pas droit.**

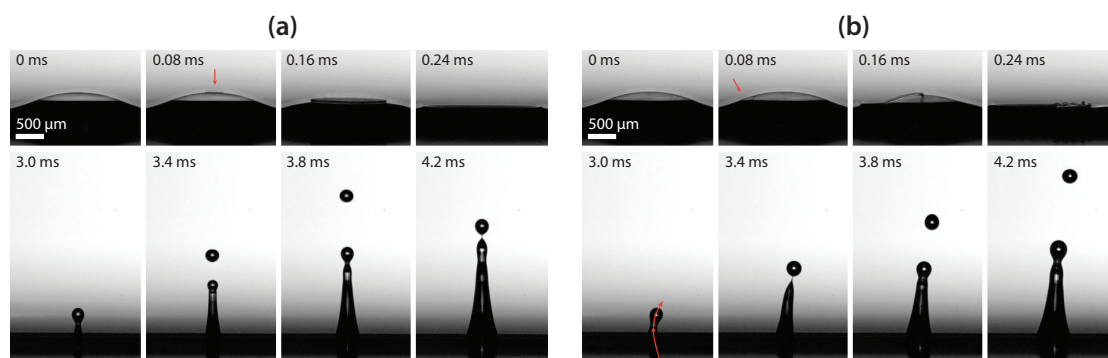


FIGURE 2.8: Séquences montrant l'influence de l'endroit où s'ouvre le film de liquide lorsque la bulle éclate. (a) : la bulle éclate bien au milieu et le jet est droit. (b) : le film s'ouvre sur le côté de la bulle (au niveau du bord de Plateau) et le jet est de travers. Pour les deux séquences, le liquide utilisé est la solution (ii) et $R = 1.30$ mm.

Le schéma présenté en figure 2.9 propose un scénario qui permet de comprendre pourquoi le jet jaillit du même côté que le trou dans le film. Puisque le trou s'est formé plus à gauche, le chemin des ondes capillaires est plus court de ce côté car elles n'ont pas à parcourir toute la longueur de film de liquide qui doit se rétracter, contrairement au côté droit. Ainsi, le point où convergent les ondes capillaires est décalé vers la droite et le jet jaillit donc vers la gauche. Cependant, sur la figure 2.8 (b), nous voyons que celui-ci est lancé avec une petite rotation, si bien que la goutte est finalement éjectée vers la droite. Pour se convaincre que le jet jaillit bien du même côté que le trou dans le film, un autre exemple de jet pas droit est présenté en figure 2.30.

Nous voyons que la goutte éjectée par ce jet de travers est moins rapide que celle du jet droit : à la fin de la séquence, la goutte du jet droit a disparu de l'image, ce qui

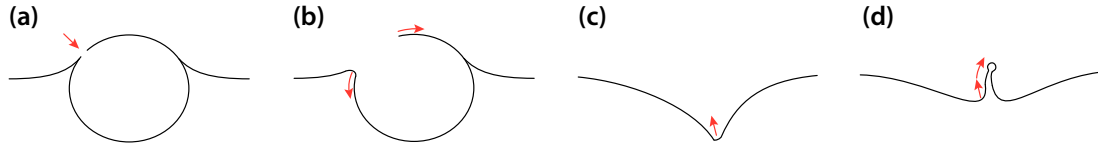


FIGURE 2.9: Scénario possible expliquant l'éjection d'un jet pas droit lorsque le film ne casse pas au sommet de la calotte sphérique.

n'est pas le cas de la goutte du jet de travers alors que les échelles spatiale et temporelle sont les mêmes. Cela a donc des conséquences indésirables et il faut bien faire attention à enregistrer des vidéos de jets les plus droits possibles pour ne pas mesurer des vitesses plus faibles qu'attendues.

Nous pouvions pourtant nous attendre a priori à ce que les bulles éclatent toujours bien au milieu de la calotte sphérique. En effet, c'est l'endroit où l'épaisseur du film devrait être minimale suite au drainage gravitaire du film de liquide contenu entre la bulle et l'air ambiant. Cependant, la courbure au niveau du pied de la bulle, appelé *bord de Plateau*, est orientée de telle sorte que la pression dans le liquide à cet endroit est inférieure à celle du liquide dans le film. Il en résulte un amincissement connu sous le nom de *pincement marginal* [2, 88, 89].

Ensuite, ces zones de faibles épaisseurs sont susceptibles de remonter vers le haut de la bulle car elles sont « moins denses » que les zones de plus grandes épaisseurs situées juste au-dessus. Des zones de faibles épaisseurs, où le film est donc plus susceptible de casser, peuvent alors exister n'importe où sur la calotte sphérique : au bord de Plateau, au sommet de la bulle et aussi à des positions intermédiaires. C'est pour cela que l'on observe souvent que les plus grosses bulles, typiquement pour des rayons supérieurs à 1 mm dans l'eau, n'éclatent pas systématiquement au sommet de la calotte sphérique.

Ces grosses bulles sont les plus concernées par les jets de travers car elles dépassent de façon non négligeable à la surface du liquide et ont donc une grande surface de film par rapport à la surface de l'interface immergée. Plus cette interface de film est grande et plus les chances d'éclater au milieu diminuent. À l'inverse, pour les bulles les plus petites, la portion de film par rapport au reste de la bulle est très réduite ce qui fait que le film éclate pratiquement tout le temps au milieu (ou pas très loin) et que les jets obtenus sont tous droits.

Pour les bulles les plus grosses, une astuce découverte par hasard pour faire éclater la bulle bien au centre peut être utilisée : pour obtenir les plus grosses bulles de notre étude, il était commode de délivrer deux bulles de suite avec le capillaire, de les laisser coalescer puis de regarder la grosse bulle résultante éclater. On obtient alors le plus souvent un jet bien droit, ce qui est difficile normalement avec ces grosses bulles dont

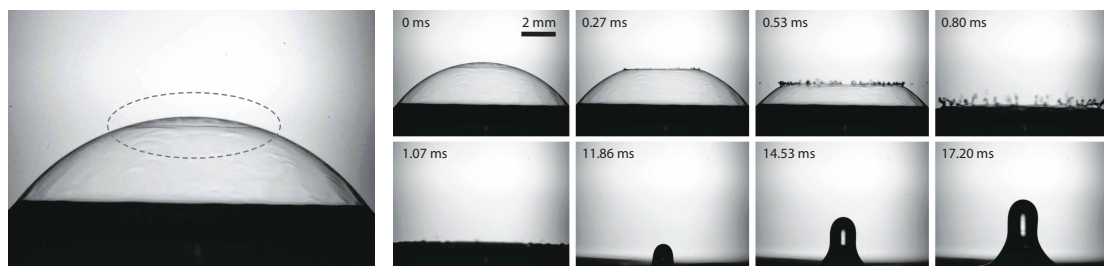


FIGURE 2.10: Éclatement bien au centre d'une grosse bulle ($R = 4.59$ mm) dans de l'eau. Cette bulle est en fait issue de la coalescence de deux bulles de tailles inférieures mais ce processus de coalescence est incomplet puisqu'une petite bulle, visible à gauche, subsiste en haut de la grosse bulle ainsi créée. Finalement, c'est cette petite bulle qui éclate en premier et qui entraîne alors l'éclatement de la grosse bulle, bien au milieu de sa calotte sphérique.

la portion de calotte sphérique séparant la bulle de l'air ambiant est très importante par rapport à la partie de la bulle immergée. En regardant de plus près l'éclatement d'une grosse bulle obtenue lors de la coalescence de deux bulles plus petites, nous voyons qu'en fait une petite bulle résiduelle se retrouve piégée en haut de la calotte sphérique (figure 2.10 à gauche). Finalement, c'est celle-ci qui éclate en premier et qui conduit à l'éclatement de la grosse bulle, bien au milieu ! Ce qui produit alors un jet bien droit.

2.2.2.3 Temps de vie de la bulle dans les solutions hydro-alcooliques

Nous avons observé que plus la bulle est petite et plus le film casse vite, sûrement car celui-ci est plus fin dès le départ. Pour les bulles les plus grosses, le temps de résidence de la bulle à la surface libre avant son éclatement est un peu plus long mais cela reste court puisqu'il faut environ une demi-seconde ou une seconde pour que les grosses bulles de notre étude éclatent. Notons qu'à l'échelle de la vie de la bulle, c'est très long puisqu'elle a bien le temps de prendre une forme statique à la surface du liquide, quelque soit sa taille. Les quelques bulles qui n'atteignent pas leurs formes d'équilibre à la surface libre ne sont d'ailleurs pas prises en compte dans cette étude. De plus, ces temps d'attente avant la rupture du film sont de l'ordre de la seconde. Ils ne sont donc pas gênants pour les expériences la bulle n'ayant pas trop le temps de bouger à la surface du liquide, elle reste donc dans le champ d'acquisition de la caméra.

Cependant, ces observations ne sont vraies que pour des bulles produites dans de l'eau pur, de l'éthanol pur ou dans des mélanges eau-glycérol. En effet, nous avons eu la surprise de constater que **les bulles les plus grosses lors des expériences dans les mélanges eau-éthanol ou eau-éthanol-glycérol pouvaient mettre parfois plus**

de 15 minutes à éclater ! Ce qui leur laissait suffisamment de temps pour sortir du champ de vue de la caméra... Afin de remédier à ce problème, nous avons donc créé un petit piège à bulle avec un anneau en plexiglas d'un diamètre de quelques centimètres, légèrement enfoncé à la surface du liquide pour créer un ménisque où les bulles se retrouvent piégées. Nous avons réalisé des mesures avec et sans ce piège (dans de l'eau) et nous avons constaté que pour la plupart des bulles, cela ne change rien ni à la vitesse du jet ou des gouttes, ni à leurs tailles. Seules les plus petites des bulles semblent influencées par ce piège à bulle, et donnent des vitesses de jets inférieures à celles attendues. Nous avons donc évité d'utiliser ce piège à bulle pour les bulles de rayon inférieur à $500\ \mu\text{m}$.

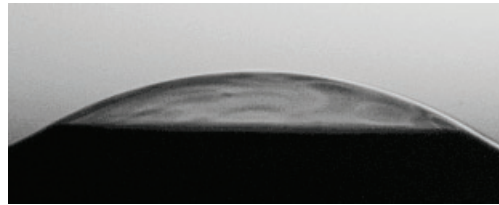


FIGURE 2.11: Photographie de la surface d'une bulle de 1.8 mm de diamètre dans la solution (ii) juste avant que le film n'éclate. La calotte sphérique est clairement inhomogène.

Afin de comprendre pourquoi les bulles réalisées dans des mélanges contenant de l'eau et de l'éthanol mettaient tant de temps à éclater, nous avons filmé le dessus de l'une d'entre elle lors du drainage du film par gravité. Nous constatons que la calotte sphérique présente des fortes inhomogénéités : des courants semblent remonter vers le haut de la calotte tandis que d'autres descendent. Celles-ci sont visibles sur la photographie de la figure 2.11. Au sommet de la calotte, l'éthanol, plus volatil que l'eau ou le glycérol, s'évapore fortement mais n'est pas renouvelé immédiatement, car le liquide contenu dans le film s'appauvrit plus vite en éthanol que le liquide au bord de la bulle qui est lui relié directement au contenu dans l'aquarium servant de réservoir à éthanol. Ainsi, la zone au sommet de la calotte sphérique, plus riche en eau, présente une plus grande tension de surface que celle sur le bord de la bulle, plus riche en éthanol. Il y a donc un gradient de tension de surface et, à cause de l'effet Marangoni, des courants d'éthanol remontent vers le haut de la calotte sphérique pour compenser cette différence de tension de surface. Cela contre donc l'effet du drainage gravitaire et prolonge la vie de la bulle à la surface du liquide. L'ajout d'un tensio-actif dans une solution aqueuse pour stabiliser une bulle agit en fait de la même manière, en créant des gradients de tension de surface.

2.2.2.4 Absence des *gouttes de films*

Nous avons vu dans la partie 1.1.2 que lors de l'éclatement d'une petite bulle, deux types de gouttes peuvent être produites : les *gouttes de jet*, qui sont éjectées par le jet

de liquide, et les *gouttes de film*, qui proviennent de la déstabilisation du film séparant la bulle de l'air ambiant, qui a la forme d'une calotte sphérique, lors de son ouverture. Lhuissier & Villiermaux [2] se sont intéressés plus particulièrement à ces dernières. Ils ont notamment établi que pour qu'il y ait génération de *gouttes de film*, il faut que le rayon de la calotte sphérique du film d'une bulle dans de l'eau soit compris entre environ 1 mm et 10 mm (soit de 0.5 mm à 3 mm en rayon équivalent de tailles de bulles). En effet, si la bulle est trop petite, sa portion de calotte sphérique l'est aussi et son temps de rétractation est court par rapport au temps typique de développement de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. En revanche, si elle est trop grosse, la bulle se dégonfle avant même la déstabilisation du film et il n'y a pas non plus de création de gouttelettes.

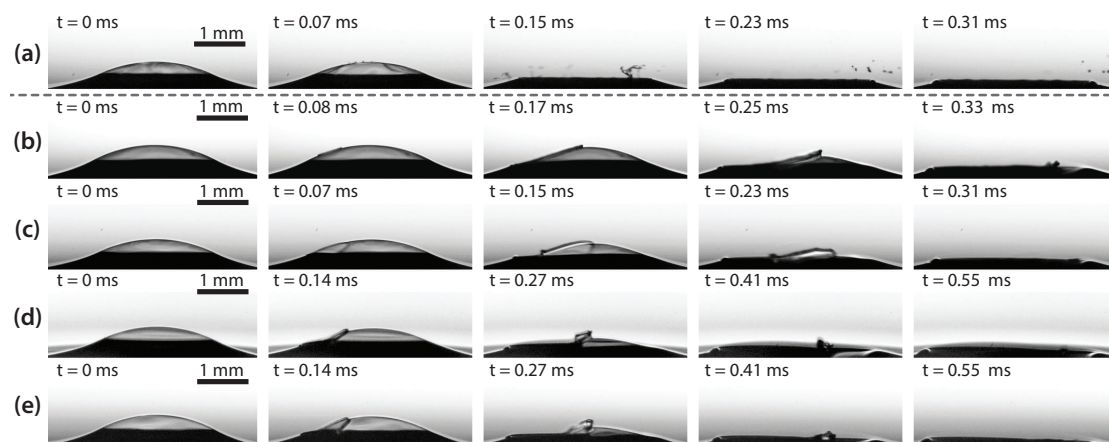


FIGURE 2.12: Éclatement de cinq bulles de même taille, dans (a) l'eau, (b) dans du champagne et (c) à (e) les solutions hydro-alcooliques (i) à (iii). Seule la bulle dans de l'eau produit des *gouttes de film*. Rayon des bulles : (a) $R = 1.71$ mm, (b) $R = 1.67$ mm (c) $R = 1.64$ mm, (d) $R = 1.65$ mm et (e) $R = 1.69$ mm.

La figure 2.12 (a) montre l'éclatement d'une bulle de 1.71 mm de rayon dans de l'eau : nous constatons bien la présence de *gouttes de film*. D'après Lhuissier & Villiermaux [2], pour une telle taille de bulle, environ 34 gouttes ayant un rayon moyen de $17 \mu\text{m}$ doivent être produites lors de la dislocation d'un tel film. Après une mesure quantitative de la taille de ces *gouttes de film*, nous constatons un bon accord avec cette prédiction. Nous voyons toutefois que le nombre de gouttes visibles sur nos images est un peu inférieur à 34, mais cela n'est pas étonnant vu la profondeur de champ de l'objectif employé.

À l'inverse, sur les quatre séquences suivantes (figure 2.12 (b) à (e)), réalisées dans du champagne et dans des solutions hydro-alcoolique (cf. tableau 2.3), nous constatons que ces gouttes ont disparu ! Plus généralement, nous avons observé expérimentalement que lorsque les bulles sont produites dans de telles solutions, jamais aucune *goutte de film* n'est éjectée. Les bulles semblent se dégonfler avant d'avoir le temps de se déstabiliser. Ainsi, **les aérosols du champagne ont l'air différents de ceux produits au-dessus**

de la mer par les bulles puisqu'ils ne semblent comporter que des *gouttes de jet*.

Plusieurs pistes peuvent être envisagées pour expliquer cette absence de gouttes :

- Les trois solutions (i) à (iii) et le champagne ont des viscosités supérieures à celle de l'eau, ainsi, il est possible que l'instabilité de Rayleigh-Taylor mette plus de temps à se développer que dans de l'eau. Cela reviendrait à augmenter la taille minimale pour laquelle la bulle produit des *gouttes de film*. Cela réduirait donc la gamme de tailles de bulles produisant des *gouttes de film*.
- Nous avons aussi remarqué que la vitesse de rétractation du film dans le cas d'une bulle dans de l'eau est clairement supérieure à celles mesurées pour les bulles de même taille mais dans les solutions hydro-alcooliques et le champagne. La déstabilisation du film est ainsi moins efficace pour ces dernières solution car l'accélération centripète, qui est à l'origine de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, est ainsi moins forte. Si cette vitesse suit bien la loi de Taylor-Culick en $V \propto \sqrt{\gamma/2\rho e}$, avec e l'épaisseur du film, cela signifie que le film est plus fin pour la bulle dans l'eau que dans les solutions hydro-alcooliques. Cela est peut-être en rapport avec les courants de recirculation observés dans les films de bulles, pour ces solutions imitant le champagne, et avec leur temps de vie avant éclatement, bien supérieur au cas de l'eau.

Une étude plus complète serait nécessaire pour bien comprendre le critère d'apparition de ces *gouttes de film*. Il faudrait mesurer précisément les temps de vie des bulles ainsi que la vitesse de rétractation du film, et donc son épaisseur, pour différentes solutions : eau, éthanol, mélange eau-éthanol, mélange eau-glycérol, mélange eau-éthanol-glycérol, et tenter de corréler l'existence de ces *gouttes de film* à ces mesures.

2.2.2.5 Détachement de petites bulles

Un phénomène relié à l'éclatement de bulle à une surface libre, répertorié dans la bibliographie, est l'**éjection d'une petite bulle au fond de la cavité** juste avant la création de la tête du jet. Dans son étude numérique, Duchemin montre que ce phénomène est très fréquent [44]. Nous avons pu l'observer ici de façon expérimentale, dans des conditions très différentes : dans de l'eau pour une bulle assez petite (cf. figure 2.13 (a)) et dans un liquide plus visqueux pour une bulle plus grosse (cf. figure 2.13 (b)). À la fin de l'effondrement de la cavité, celle-ci prend alors une forme qui semble cylindrique et très étirée donnant naissance à une petite bulle.

Dans les deux cas relatif à nos expériences, nous voyons que la bulle-fille est à peine visible car de petite taille, de l'ordre de $5\ \mu\text{m}$ - $20\ \mu\text{m}$ soit bien plus petite que la

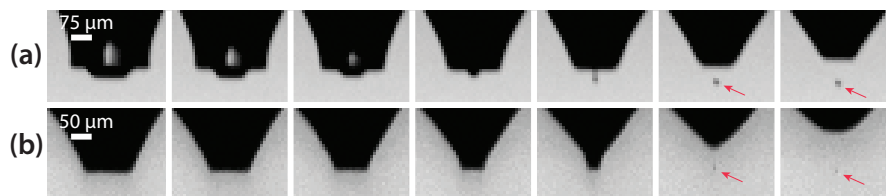


FIGURE 2.13: Zoom spatial et temporel sur la fin de l'effondrement de cavité et l'éjection d'une bulle-fille dans (a) de l'eau ($R = 311 \mu\text{m}$, $\Delta t = 4.8 \mu\text{s}$) et (b) dans une solution six fois plus visqueuse (solution S6, $R = 903 \mu\text{m}$ et $\Delta t = 2.6 \mu\text{s}$).

bulle-fille issue de l'impact de goutte. De plus, le phénomène d'éjection de la bulle-fille est très rapide puisqu'il y a seulement quelques microsecondes entre chaque images sur ces séquences, ce qui fait qu'il est facile de ne pas le voir. C'est pourquoi nous n'avons pas mené d'étude systématique pour voir quand cette petite bulle existait ou non pour comparer avec les résultats de Duchemin. Nous avons seulement pu déterminer que le phénomène a l'air robuste puisque, quand il avait lieu, toutes les bulles-mères de la même série donnaient bien une bulle-fille.

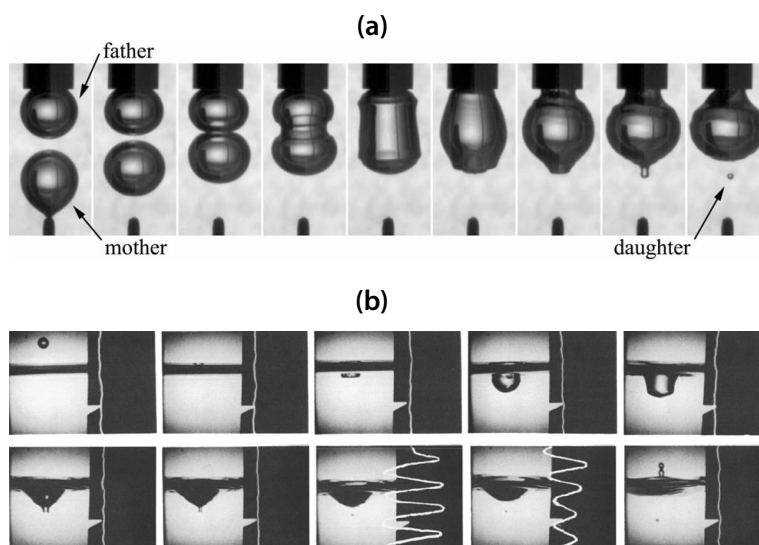


FIGURE 2.14: Autres exemples de la littérature menant à l'emprisonnement d'une petite bulle : (a) lors de la coalescence de deux bulles (extrait de [90]) et (b) lors de l'effondrement d'une cavité créée par la chute d'une goutte d'eau dans un bain d'eau (extrait de [91]).

Ce phénomène ressemble beaucoup à celui vu par Zhang *et al.* [90] : lors de la coalescence de deux bulles, une petite bulle satellite peut être émise à cause des ondes capillaires (cf. figure 2.14 (a)). Il est aussi très similaire à celui observé par Prosperetti [91] lors de l'impact d'une goutte d'eau dans de l'eau tel que présenté en figure 2.14 (b).

2.3 Etude paramétrique : dynamique d'éjection du jet

2.3.1 Analyse dimensionnelle

Dans cette partie, nous souhaitons relier la vitesse du jet, définie au moment où la tête du jet passe le niveau de l'interface au repos, à la taille de la bulle qui l'éjecte. A priori, nous pouvons écrire que cette vitesse v_{jet} est une fonction de la taille de la bulle R , de la viscosité dynamique μ , de la masse volumique ρ et de la tension de surface γ du liquide ainsi que de la gravité g :

$$v_{\text{jet}} = \Phi(R, \rho, \gamma, \mu, g)$$

En utilisant des arguments dimensionnels, c'est à dire le théorème π de Buckingham [92], cette relation devient :

$$We = F(Bo, Mo) \tag{2.1}$$

où $We = \rho v_{\text{jet}}^2 R / \gamma$ est le nombre de Weber qui compare les effets inertiels aux forces de tension de surface, $Bo = \rho g R^2 / \gamma$ est le nombre de Bond qui évalue les effets de la gravité vis à vis de ceux de la capillarité et $Mo = g \mu^4 / \rho \gamma^3$ est le nombre de Morton qui dépend uniquement des propriétés du liquide et de la gravité.

Nous remarquons que si la gravité n'est pas un paramètre pertinent dans ce problème, ce qui peut être envisagé car les bulles sont de petites tailles par rapport à la longueur capillaire, $l_{gc} = \sqrt{\gamma / \rho g} \sim 2.7 \text{ mm}$ pour de l'eau, alors $v_{\text{jet}} = \Psi(R, \rho, \gamma, \mu)$. Cela se traduit dimensionnellement par : $We = F(Mo)$, comme dans l'étude numérique de Duchemin *et al.* [51], [44]. Ils trouvent alors que, hormis une zone où la vitesse diverge, $F(Mo) = 0$ et donc la vitesse obéit à : $v_{\text{jet}} \sim \sqrt{\gamma / \rho R}$. De fait, la vitesse obtenue ne dépend pas non plus de la viscosité.

Grâce à une étude de la forme de la bulle initiale, nous montrons tout d'abord que la gravité doit être prise en compte dans ce problème, même pour les bulles de petites tailles. Nous détaillons ensuite la dépendance de la vitesse avec la taille de la bulle et nous comparons ce résultat aux études précédentes. Puis nous voyons quelle est l'influence des paramètres du liquide sur la vitesse de la tête du jet.

2.3.2 Forme d'équilibre d'une bulle à la surface libre

Lorsqu'une bulle est créée par un tube capillaire quelques centimètres sous la surface du liquide, elle monte dans le liquide à cause de la poussée d'Archimède puis heurte l'interface liquide-air. Après quelques oscillations, la bulle adopte sa forme d'équilibre à la surface libre. Cette forme est définie par la compétition entre la gravité qui veut faire remonter la bulle dans le liquide et par la tension de surface qui tend à empêcher les déformations de l'interface.

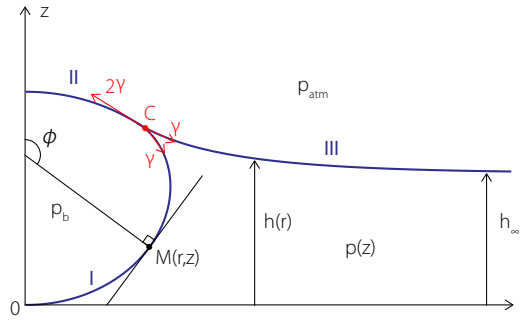


FIGURE 2.15: Notations utilisées pour l'étude de la forme des bulles à l'équilibre à la surface libre.

Afin de décrire la bulle, nous prenons les notations de la figure 2.15. L'interface se décompose en trois parties : la cavité immergée (I), le film séparant l'air de la bulle de l'air extérieur (II), et la surface de l'eau, du bord de la bulle jusqu'à l'infini (III). Si l'on suppose que l'épaisseur du film de liquide contenu entre la bulle et l'air ambiant est de masse négligeable, celui-ci se modélise alors simplement par une interface de tension de surface effective 2γ , puisqu'il y a en fait deux interfaces, et la portion (II) est alors une calotte sphérique de rayon R_{cal} . À l'aide de la loi de Laplace, nous pouvons décrire la bulle grâce aux trois équations suivantes :

$$\text{En I : } P_b - (P_0 - \rho g z) = \gamma \kappa, \quad (2.2a)$$

$$\text{En II : } P_b - P_{atm} = \frac{4\gamma}{R_{cap}}, \quad (2.2b)$$

$$\text{En III : } P_{atm} - (P_{atm} - \rho g(h - h_\infty)) = \gamma \kappa, \quad (2.2c)$$

où P_0 est la pression dans le liquide juste sous le fond de la bulle en $(0,0)$, et où la courbure vaut $\kappa = 1/(R_1 + R_2)$ avec R_1 et R_2 les rayons de courbures principaux. Ces trois morceaux d'interface sont sécants en C de coordonnées (r_C, z_C) , tel qu'indiqué sur la figure 2.15.

Afin de résoudre numériquement ces trois équations et de trouver la forme de l'interface, nous adoptons la même démarche que Toba [36], Boulton-Stone [93], Duchemin [51] et Lhuissier [2]. Nous en résumons ici les grandes lignes. Cette méthode de tir numérique consiste tout d'abord à partir d'un ϕ_C , estimé au préalable, pour calculer le profil de l'interface (I) en intégrant (2.2a) entre $\phi = 0$ et $\phi = \phi_C$. L'équation (2.2a) appliquée en (0,0) donne $P_b - P_0 = 2\gamma/R_0$ avec R_0 le rayon de courbure en (0,0). On peut donc réécrire l'équation décrivant l'interface (I) : $2\gamma/R_0 + \rho g z = \gamma\kappa$. En prenant (r, z) comme coordonnées cylindriques pour décrire un point M de l'interface (I), nous pouvons exprimer la courbure :

$$\kappa = \frac{\sin \phi}{r} + \frac{d \sin \phi}{dr} \quad (2.3)$$

Nous utilisons alors la longueur R_0 pour adimensionner les autres longueurs (soit $r = \bar{r}R_0$ et $z = \bar{z}R_0$), ce qui fait naturellement apparaître dans notre équation le nombre de Bond :

$$Bo_{num} = \frac{\rho g R_0^2}{\gamma}$$

Finalement, pour connaître la forme de l'interface (I), il suffit de résoudre le système suivant entre $\phi = 0$ et $\phi = \phi_C$ pour un R_0 choisi :

$$\begin{cases} \frac{d\bar{r}}{d\phi} = \frac{\bar{r} \cos \phi}{\bar{r}(2 + Bo_{num}\bar{z}) - \sin \phi} \\ \frac{d\bar{z}}{d\phi} = -\frac{d\bar{r}}{d\phi} \tan \phi \end{cases}$$

Cela nous permet de connaître le rayon de courbure en C , qui est donc le rayon de courbure de la calotte sphérique R_{cal} :

$$\overline{R_{cal}} = \frac{\overline{r_C}}{\sin \phi_C}$$

Nous pouvons ainsi trouver l'équation de cette calotte :

$$\begin{cases} r = R_{cap} \sin \phi \\ z = h_C - R_{cal} \cos \phi_C + R_{cal} \cos \phi \end{cases}$$

Puisque nous avons fixé R_0 lors du calcul de l'interface (I) et que nous venons de déterminer R_{cal} , nous pouvons maintenant calculer h_∞ . En combinant l'équation (2.2a) prise en (0,0) et l'équation (2.2b) nous trouvons :

$$Bo_{num} \overline{h_\infty} = \frac{4}{\overline{R_{cal}} - 2}$$

Il ne reste alors plus qu'à déterminer la forme de la partie (III). Dans cette zone, l'interface est décrite par la surface $h(r) = z$, donc sa courbure s'exprime sous la forme : $\bar{\kappa} = \frac{\bar{h}'}{\bar{r}(1+\bar{h}'^2)^{1/2}} + \frac{\bar{h}''}{(1+\bar{h}'^2)^{3/2}}$.

L'équation (2.2c) devient donc :

$$Bo_{\text{num}}(\bar{h}(r) - \bar{h}_{\infty}) = \frac{\bar{h}'}{\bar{r}(1+\bar{h}'^2)^{1/2}} + \frac{\bar{h}''}{(1+\bar{h}'^2)^{3/2}}$$

Il faut désormais l'intégrer en prenant comme conditions aux limites $\bar{h}(\bar{r}_C) = \bar{h}_C$ et $\bar{h}'(\bar{r}_C) = -\tan \phi_C$. La dernière étape consiste ensuite à vérifier que $h(r) \xrightarrow{r \rightarrow +\infty} h_{\infty}$. Si ce n'est pas le cas, il faut alors itérer avec un nouveau ϕ_C proche de celui choisi précédemment, et ce, jusqu'à ce que le raccordement à l'infini soit acceptable (méthode de tir).

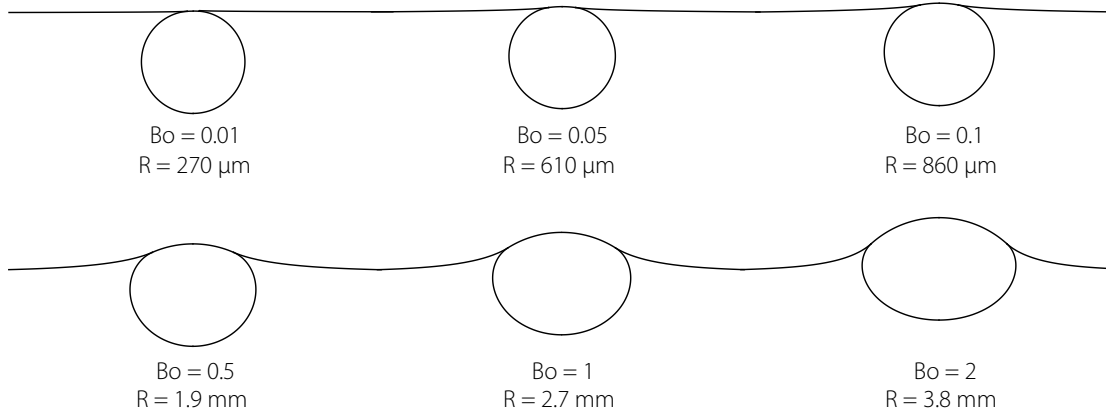


FIGURE 2.16: Forme des bulles obtenues après une résolution numérique des équations précédentes sur Mathematica. Plus la bulle est grosse et moins elle est sphérique. Les tailles équivalentes $R = (a^2b)^{1/3}$ (défini sur la figure 2.17) sont indiquées sous chaque profil.

La figure 2.16 présente des profils de bulles, normalisés par leur hauteur, obtenus en résolvant numériquement les équations précédentes avec Mathematica. Nous avons représenté une gamme de tailles correspondant à celles obtenues expérimentalement. Afin de s'assurer que ces profils correspondaient bien avec ceux des expériences, nous les avons superposés aux photographies des bulles réelles. Par exemple, la figure 2.17 (a) montre que l'on obtient un très bon accord entre la forme expérimentale et la forme numérique tracée en vert pour une bulle de 1.77 mm.

Sur la figure 2.16, nous constatons, comme attendu, que plus la bulle est grosse, moins elle est sphérique. Cependant, **nous voyons que même les petites bulles, à des nombres de Bond inférieurs à 1, ne sont pas totalement sphériques.** Ainsi, pour définir la taille de la bulle dans cette étude, il faut prendre en compte cet écart à la

sphéricité. Nous remarquons que la partie inférieure de la bulle, celle qui est bien visible dans le liquide sur nos photographies, peut être bien approximée par une demi-ellipse (en rouge sur la figure 2.17 (a)). Dans toute la suite, nous définissons comme rayon de bulle $R = (a^2b)^{1/3}$ avec a et b le grand et le petit demi-axes de l'ellipse. Notre nombre de Bond expérimental Bo est alors :

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma}$$

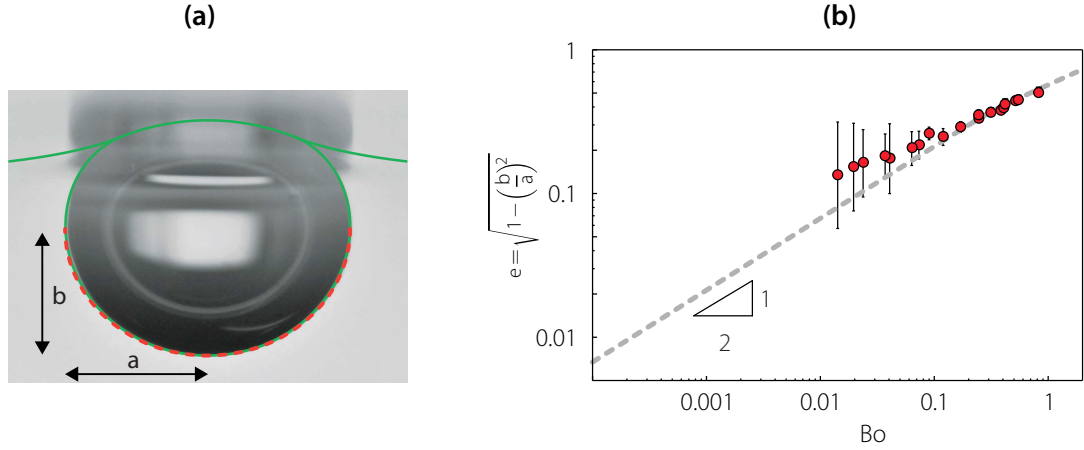


FIGURE 2.17: (a) Photographie d'une bulle de rayon $R = 1.77$ mm dans de l'eau (soit $Bo = 0.43$) et d'excentricité 41 %. En vert : profil numérique obtenu pour ce nombre de Bond et en rouge : demi-ellipse permettant de définir a et b le demi-grand axe et le demi-petit axe. Le rayon équivalent de la bulle est défini par : $R = (a^2b)^{1/3}$. (b) Excentricité de la bulle $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ en fonction de Bo . e décroît vers 0 en loi de puissance : $e \propto Bo^{1/2}$. La barre d'erreur de l'excentricité correspond au maximum entre l'erreur à plus ou moins un pixel due à la mesure des longueurs et l'erreur statistique (écart type) réalisée sur une série de mesures correspondant à une taille de capillaire.

Ce nombre de Bond diffère du nombre Bo_{num} vu précédemment, qui était défini sur le rayon au fond de la bulle R_0 par commodité pour les calculs. Nous préférons pour la suite utiliser le rayon $R = (a^2b)^{1/3}$ qui prend en compte la forme de la bulle, plutôt que le rayon R_0 qui ne décrit bien que le fond de la bulle. Pour passer d'une notation à l'autre, il suffit d'utiliser : $Bo = \frac{(a^2b)^{2/3}}{R_0^2} Bo_{\text{num}}$.

Afin de quantifier l'écart à la sphéricité des bulles, nous traçons en figure 2.17 (b) l'excentricité de la bulle $e = \sqrt{1 - (b/a)^2}$ en fonction du nombre de Bond. La courbe en pointillés gris correspond aux calculs effectués avec Mathematica et les points rouges correspondent aux excentricités mesurées sur les photographies de nos expériences. Nous constatons que l'excentricité de la bulle décroît avec la taille de la bulle en suivant une loi de puissance : $e = Bo^{1/2}$. Cette relation est vérifiée numériquement même à des nombres de Bond très petits tel que 10^{-4} . Les points expérimentaux correspondent bien aux résultats numériques pour des nombres de Bond compris entre 10^{-1} et 1, mais il est difficile de comparer les résultats pour des nombres de Bond inférieurs car l'incertitude de mesure est très importante : il y a à peine un ou deux pixels d'écarts entre le demi-grand

axe et le demi-petit axe de l'ellipse sur les photographies des plus petites bulles, ce qui fait varier énormément l'excentricité obtenue et rend donc ces résultats non représentatifs.

Finalement, nous venons de montrer que **la gravité peut intervenir dans notre problème au travers des conditions initiales** : les bulles ne sont pas sphériques, même pour des nombres de Bond inférieurs à 1. Leur forme dépend en fait de leur taille. Ainsi, cette non-sphéricité risque fortement d'influencer le trajet des ondes capillaires vue au paragraphe 2.2.1, et de modifier la vitesse d'éjection du jet.

2.3.3 Dépendance de la vitesse du jet avec la taille de la bulle dans l'eau

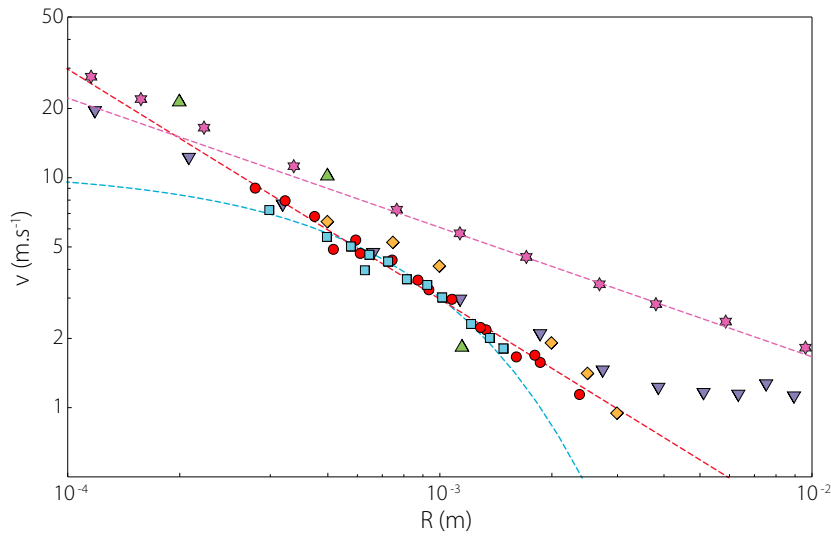


FIGURE 2.18: v_{jet} en fonction de R . Ronds rouges : nos données et la régression en loi de puissance correspondante ($v_{\text{jet}} = \xi R^{-1}$ avec $\xi = 2.95 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Carrés bleus : données expérimentales de Spiel [27] correspondant à la vitesse d'éjection de la première goutte et régression en exponentielle correspondante ($v = 10.72 e^{-1.27 \cdot 10^3 R} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$). Losanges jaunes : vitesse maximale sur l'axe mesurée numériquement par Boulton-Stone [93]. Étoiles roses et triangles mauves : vitesse d'éjection du jet obtenues numériquement par Duchemin *et al.* [44, 51] sans et avec gravité. Triangles verts : vitesses d'éjection des premières gouttes calculées par Blanchard [39] à partir de la taille des gouttes et de leur hauteur maximale.

Afin de caractériser la dynamique du jet, nous définissons sa vitesse d'éjection v_{jet} comme étant la vitesse de la tête du jet au moment où celle-ci passe le niveau du liquide au repos ($z = h_{\infty}$ sur le schéma 2.15). Cette vitesse est obtenue expérimentalement en mesurant le déplacement de la tête du jet sur quelques images consécutives. La figure 2.18 présente cette vitesse d'éjection en fonction de la taille de la bulle ainsi que les vitesses obtenues précédemment par différents auteurs.

Nous trouvons que nos données expérimentales sont bien décrites par une loi de puissance d'exposant -1 ± 0.05 : **la vitesse d'éjection du jet est proportionnelle**

à l'inverse du rayon équivalent de la bulle-mère. En effet, plus la bulle est petite et plus la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur de la bulle est grande car le saut de pression de Laplace vaut $\Delta P = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$. Puisque cette différence de pression est à l'origine de l'éjection du jet, il est donc normal que les bulles les plus petites émettent les jets les plus rapides.

Nous voyons aussi que nos données sont tout à fait cohérentes avec celles de Spiel bien qu'il mesure la vitesse de la première goutte juste après son détachement et non pas celle du jet. Cela signifie donc que sur cette gamme de tailles de bulles, la vitesse d'éjection du jet et la vitesse de la première goutte sont identiques. Spiel avait choisi de décrire ses résultats à l'aide d'une exponentielle, représentée en pointillés bleu sur le graphique, mais nous constatons que sur la gamme de tailles de bulles que nous avons étudié, une régression en loi de puissance est préférable à une régression en exponentielle. De plus, les résultats de Blanchard, obtenus après intégration du principe fondamentale de la dynamique sur toute la trajectoire de la goutte, et les simulations numériques de Boulton-Stone qui prennent en compte la gravité et qui représentent la vitesse maximale du jet lors de son ascension, ne sont pas très éloignées de nos données.

Seuls les résultats numériques de Duchemin (étoiles roses), réalisés avec la gravité mais en considérant des bulles sphériques, sont peu ressemblants. En effet, dans ce cas là, il trouve une vitesse en $v_{\text{jet}} \propto \sqrt{1/R}$ [44]. Cependant, lorsqu'il prend comme condition initiale la vraie forme de la bulle, plutôt qu'une sphère, il trouve une vitesse proportionnelle à $R^{-0.8}$ [51], donc plus proche de notre loi en $1/R$. Cette différence souligne ainsi l'importance de la forme de la bulle. Finalement, la gravité semble jouer un rôle à travers ces conditions initiales. Au vu des nombres de Froude³ bien supérieurs à 1 ($Fr \in [10; 450]$ ici), il semble en revanche peu probable que la gravité agisse à des instants ultérieurs, lors de l'éjection du jet.

Finalement, l'équation (2.1) peut se réécrire :

$$We = Bo^{-1/2} f(Mo) \quad (2.4)$$

Notons que le cas $g = 0$, investigué par Duchemin *et al.* en prenant des bulles sphériques, semble être une limite singulière. En effet, lorsque l'on tend vers ce cas, soit $Bo \rightarrow 0$, nous ne retrouvons pas une vitesse en $\sqrt{1/R}$ mais nous conservons a priori la loi en $1/R$. Il faudrait en fait réaliser une étude numérique pour de très faibles nombres de Bond, ce qui est impossible expérimentalement, afin de voir si cette loi en $1/R$ se maintient ou non lors que $Bo \rightarrow 0$.

3. $Fr = \frac{v_{\text{jet}}}{\sqrt{gR}}$, compare les effets de l'inertie à ceux de la gravité.

2.3.4 Dépendance de la vitesse du jet avec la taille de la bulle dans un liquide visqueux

Maintenant que nous avons déterminé la dépendance de la vitesse du jet avec la taille de la bulle en travaillant uniquement dans de l'eau, nous pouvons regarder comment la vitesse du jet est influencée par les paramètres liés à la solution : sa tension de surface, sa viscosité et sa densité. A priori, nous pourrions nous attendre à ce que la capillarité joue un rôle important dans la dynamique du jet, puisque c'est l'énergie capillaire stockée par la bulle qui est à l'origine de la création du jet. En revanche, nous pourrions supposer que la viscosité n'a pas d'effet car pour commencer à devenir importante, il faudrait que nous mettions en jeu des échelles inférieures à la longueur visco-capillaire $l_\nu = \mu^2/\gamma\rho$ qui vaut environ 10 nm pour de l'eau et 1 μm pour une solution dix fois plus visqueuse, de même densité et tension de surface. Ou sinon, il faudrait que le nombre de Reynolds $Re = \frac{\rho v_{\text{jet}} R}{\mu}$ soit petit mais nous constatons expérimentalement qu'il est toujours assez grand ($Re \sim 100 - 1\,000$).

Cependant, nous avons vu dans la partie 2.2.1.2 que la viscosité semble jouer un rôle contre-intuitif lorsque la cavité se referme. Ainsi, il semble intéressant d'étudier des liquides de viscosités différentes pour tirer au clair le rôle de la viscosité dans la formation du jet. Nous avons donc travaillé avec les mélanges d'eau et de glycérol S2-S12 dont les caractéristiques sont résumés dans le tableau 2.2.

La figure 2.19 présente (a) la vitesse d'éjection du jet en fonction du rayon de la bulle et (b) ces mêmes données adimensionnées sous la forme du nombre de Weber du jet en fonction du nombre de Bond de la bulle, pour ces différentes solutions. Nous constatons tout d'abord que pour toutes les viscosités de 1 mPa.s à 7 mPa.s, le nombre de Weber varie bien comme le nombre de Bond à la puissance -1/2 conformément à l'équation (2.4), sur la gamme de tailles de bulles étudiées ici. En revanche, pour les deux viscosités les plus élevées, cette loi de puissance n'est plus valable : elles obéissent donc à un régime différent qui ne sera pas vu plus en détail ici.

Le résultat principal de cette figure est que pour R , μ et γ fixés, et **pour des viscosités comprises entre 1 mPa.s et 6 mPa.s, une augmentation de la viscosité entraîne une augmentation importante de la vitesse du jet**. Par exemple, une bulle de 1 mm de rayon a une vitesse d'environ 3 m.s⁻¹ dans de l'eau et de 6 m.s⁻¹ dans la solution S6, dont la viscosité est environ six fois plus élevée.

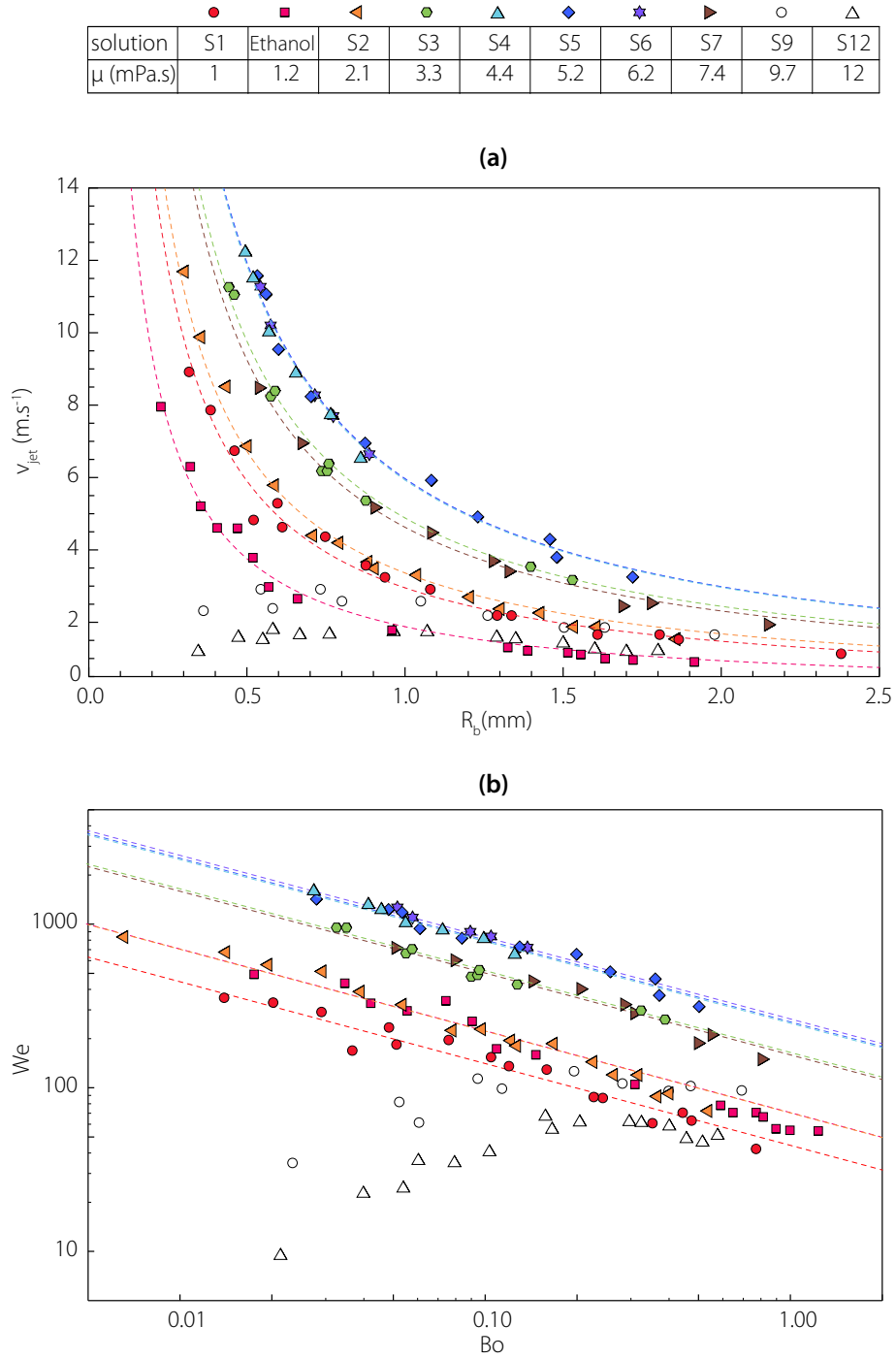


FIGURE 2.19: (a) v_{jet} en fonction de R pour toutes les solutions du tableau 2.2. (b) Ces mêmes vitesses d'éjection du jet adimensionnées ($We = \rho v_{\text{jet}}^2 R / \gamma$) en fonction de la taille de la bulle adimensionnée ($Bo = \sqrt{\rho g R^2 / \gamma}$). Dans un premier temps, plus la solution est visqueuse et plus la vitesse du jet est importante, puis celle-ci diminue ensuite quand la viscosité dépasse 6 mPa.s.

Afin de mieux mettre en avant l'influence de la viscosité sur la vitesse d'éjection du jet, nous représentons sur la figure 2.20 ces données sous la forme $We Bo^{1/2} = f(Mo)$, en

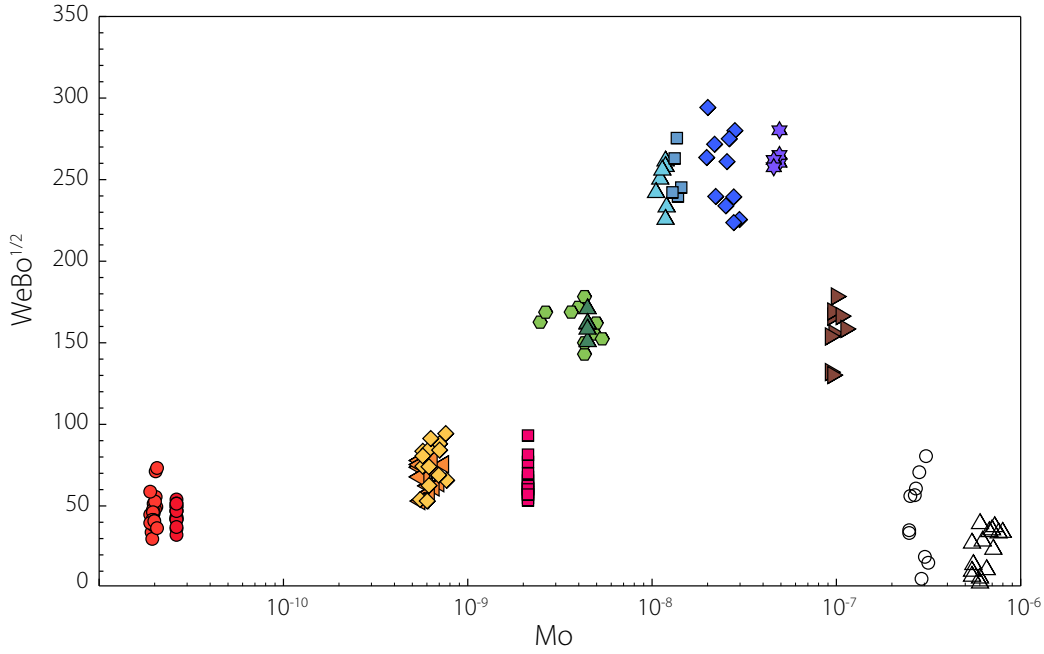


FIGURE 2.20: Vitesse d'éjection du jet adimensionnée ($WeBo^{1/2}$) en fonction de la viscosité adimensionnée ($Mo = g\mu^4/\rho\sigma^3$) pour les solutions S2-S12 (cf. tableau 2.2) et pour les solutions (i) à (iii) (cf. tableau 2.3, losanges jaunes, triangles vert et carrés bleus ici). Dans un premier temps, plus la solution est visqueuse et plus la vitesse du jet est importante, puis celle-ci diminue ensuite quand la viscosité dépasse 6 mPa.s.

accord avec l'équation (2.4). Cela nous donne donc l'évolution de la vitesse du jet, adimensionnée, en fonction du nombre de Morton, qui peut être perçu comme une viscosité adimensionnée. Ainsi, dans un premier temps, une augmentation du nombre de Morton conduit à une augmentation de la vitesse du jet, tandis que pour des $Mo > 2 \cdot 10^{-8}$ une augmentation du nombre de Morton aboutit à une diminution de la vitesse du jet et à l'obtention d'une nouvelle dépendance de cette vitesse en fonction du rayon de la bulle.

De plus, pour être sûr que la description utilisant le nombre de Morton est la bonne, nous avons ajouté à cette courbe les données issues des expériences faites dans les solutions hydro-alcooliques (i) à (iii) (cf. tableau 2.3), utilisées dans la suite. Bien qu'ayant des viscosités et des tensions de surface très différentes de celles des solutions S2-S12, ces nouvelles données sont parfaitement cohérentes avec celles des solutions eau-glycérol. Par exemple, les points en vert clair, solution S3, et en vert foncé, solution (ii), ont le même nombre de Morton mais des tensions de surface, des densités et des viscosités différentes et se superposent parfaitement !

La figure 2.21 illustre l'allure des jets en fonction de leur position sur la figure 2.20, en se plaçant à nombre de Bond donné. La séquence (a) a lieu dans de l'eau ($Mo = 2.6 \cdot 10^{-11}$, points rouges sur la figure précédente) et correspond à un jet peu rapide. Nous voyons que ce jet est aussi assez épais. Les séquences (b) et (c) correspondent à

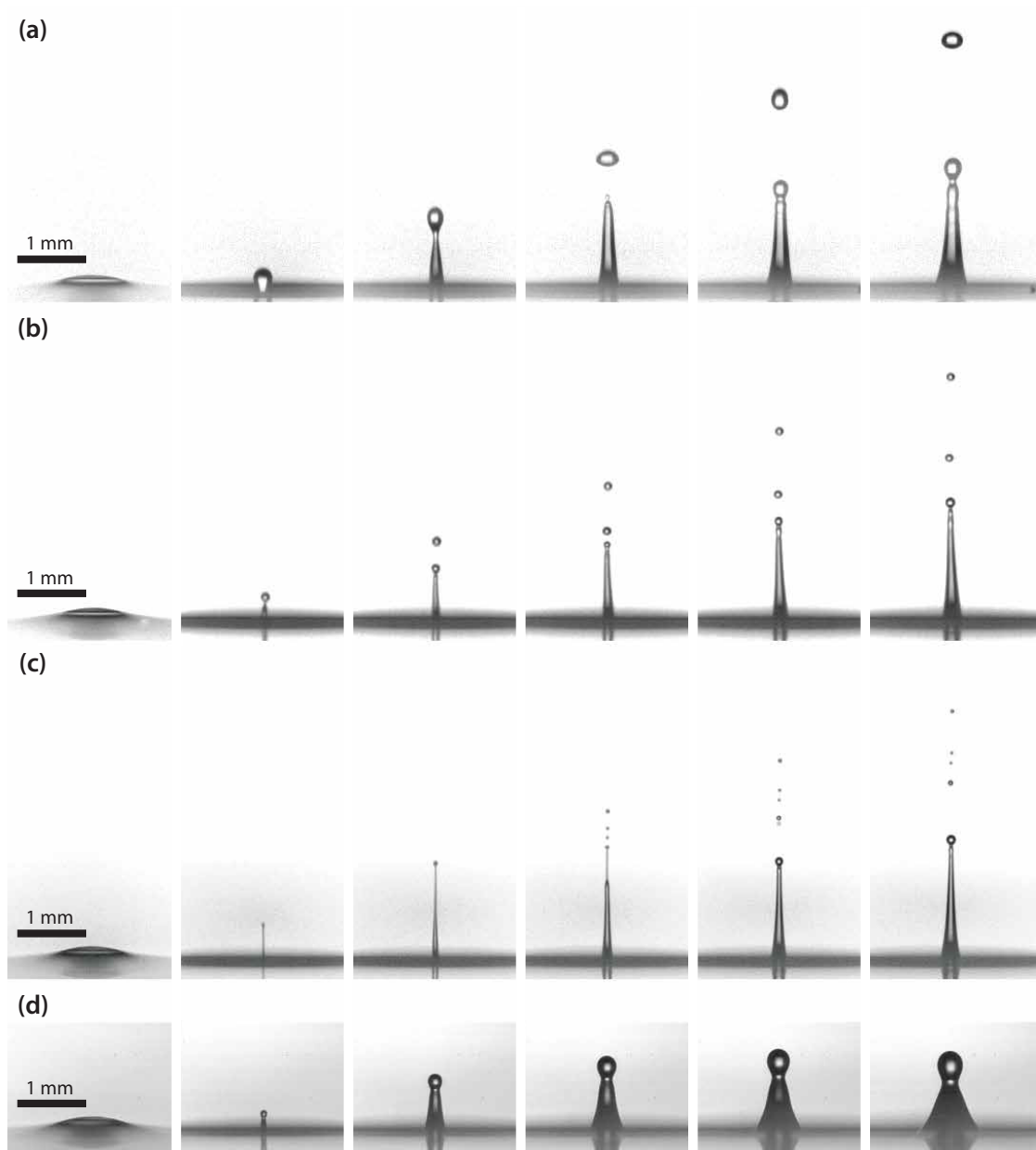


FIGURE 2.21: Séquences comparatives présentant les jets obtenus pour des bulles telles que $Bo \sim 0.13$. Plus les jets sont rapides et plus ils sont fins. (a) Eau : $\mu = 1 \text{ mPa.s}$, $R = 937 \mu\text{m}$, $v_{\text{jet}} = 3.2 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta t_{1 \rightarrow 2} = 1.7 \text{ ms}$ puis $\delta t = 280 \mu\text{s}$. (b) Solution S3 : $\mu = 3.6 \text{ mPa.s}$, $R = 876 \mu\text{m}$, $v_{\text{jet}} = 5.4 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta t_{1 \rightarrow 2} = 1.7 \text{ ms}$ puis $\delta t = 150 \mu\text{s}$. (c) Solution S6 : $\mu = 6.2 \text{ mPa.s}$, $R = 887 \mu\text{m}$, $v_{\text{jet}} = 6.8 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta t_{1 \rightarrow 2} = 1.6 \text{ ms}$ puis $\delta t = 160 \mu\text{s}$. (d) Solution S12 : $\mu = 11.2 \text{ mPa.s}$, $R = 945 \mu\text{m}$, $v_{\text{jet}} = 2.0 \text{ m.s}^{-1}$, $\delta t_{1 \rightarrow 2} = 1.8 \text{ ms}$ puis $\delta t = 500 \mu\text{s}$.

des solutions plus visqueuses ($Mo = 3.9 \cdot 10^{-9}$ et $Mo = 4.9 \cdot 10^{-8}$) et nous constatons, comme dans la partie 2.2.1, qu'ils sont de plus en plus fins. Ces deux jets correspondent à des points de la partie croissante de la courbe 2.20 (points vert clair et violet), où la vitesse augmente et atteint son maximum. Ainsi, au début, **plus le nombre de Morton augmente, plus les jets sont rapides et fins**. Ensuite, nous avons vu sur la figure 2.20 qu'à partir d'un certain nombre de Morton la vitesse diminue. C'est le cas du jet

de la dernière séquence, (d) ($Mo = 6.7 \cdot 10^{-7}$, triangles creux sur la figure précédente). Celui-ci est alors très épais et n'éjecte même plus de gouttes.

2.3.5 Processus d'effondrement de la cavité en fonction des paramètres du liquide

Afin de mieux comprendre l'effet de la viscosité du liquide sur la vitesse du jet, nous nous intéressons désormais à l'effondrement de la cavité issue de l'éclatement de la bulle.

2.3.5.1 Effet de la viscosité sur l'effondrement de la cavité

Dans la partie 2.2.1, nous avons vu que lorsqu'une bulle éclate, des ondes capillaires convergent vers le fond de la cavité où elles donnent naissance au jet qui émerge ensuite au-dessus du bain de liquide. Les figures 2.4 et 2.5 montrent la propagation de ces ondes capillaires le long de la cavité lorsque celle-ci se referme pour des bulles de même nombre de Bond dans de l'eau et dans une solution six fois plus visqueuse (solution S6). Notons qu'au début de chaque séquence, les ondes les plus rapides ne sont pas très visibles car leur amplitude est plus faible, mais au fur et à mesure de leur propagation elles deviennent bien visibles. En effet, ces ondes voyagent sur une surface courbée et se concentrent vers un point donné, ce qui fait croître leur amplitude (puisque le rayon du cercle qu'elles décrivent diminue) et les rend donc observables. Sur ces figures, nous avons constaté que plus le liquide est visqueux et moins les ondes capillaires sont nombreuses à se propager : la viscosité semble atténuer les ondes de plus faibles amplitudes.

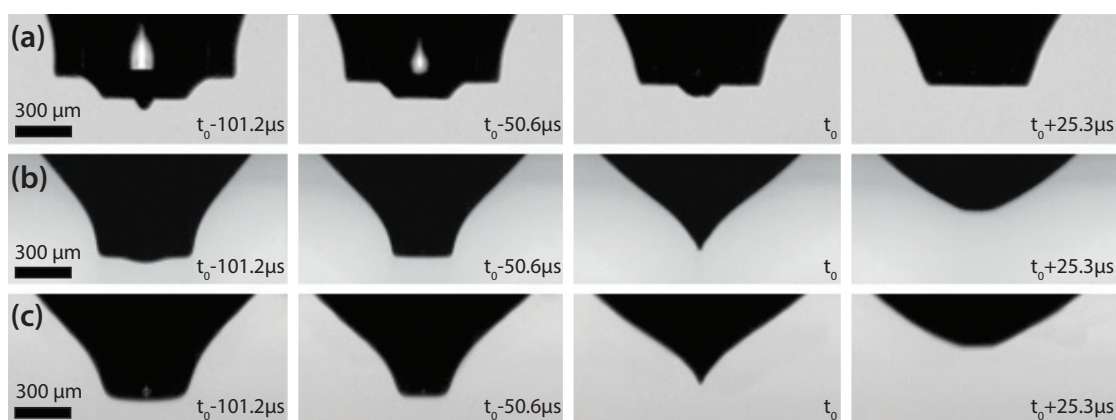


FIGURE 2.22: Séquences montrant la fin de l'effondrement de cavité (a) dans de l'eau, $R = 945 \mu\text{m}$ et $Bo = 0.12$, (b) dans la solution S6, $R = 876 \mu\text{m}$ et $Bo = 0.13$, et (c) dans la solution S12, $R = 900 \mu\text{m}$ et $Bo = 0.14$. Les profils obtenus dans le cas de l'eau (a) sont très différents de ceux pour des solutions plus visqueuses (b) et (c).

Sur la figure 2.22, nous détaillons la fin de l'effondrement de ces cavités dans de l'eau et dans la solution S6 comme précédemment ainsi que dans une solution douze fois plus visqueuse (solution S12) pour des bulles de même nombre de Bond. Ces trois séquences présentent des tailles de bulles très proches de celles donnant naissance aux jets présentés sur la figure 2.21 (a), (c) et (d). Nous présentons quelques-uns des derniers instants avant la naissance du jet vers $t = t_0$. Sur la dernière image de chaque séquence, qui a lieu après t_0 , le jet est en train de se développer à l'intérieur de la cavité, car le fond de celle-ci remonte soudainement, même si les fortes courbures d'interface nous empêche de le voir. Comme précédemment, nous voyons une nette différence entre le cas de l'eau et les cas du liquide de viscosité six fois plus élevée, où les nombreuses petites ondes capillaires présentes dans le cas de l'eau ont disparu. Notons que dans le contexte assez proche de l'effondrement de cavités créées par l'impact de gouttes sur du liquide, Fedorchenko *et al.* [57] avaient eux aussi remarqué cet effet d'atténuation des ondes capillaires par la viscosité. De plus, nous remarquons aussi que l'effondrement de la cavité est très similaire pour les solutions de viscosités 6 mPa.s et 12 mPa.s.

Comme nous l'avons vu dans la partie 1.2.5, la fermeture d'une cavité sous l'influence de la capillarité et de l'inertie, via un mécanisme non linéaire, peut donner lieu à une évolution auto-similaire, où les longueurs suivent une évolution en $(\gamma(t_0 - t)^2/\rho)^{1/3}$, ainsi qu'à des jets très rapides. En effet, dans son étude expérimentale, Zeff montre que les cavités qui donnent naissance aux jets les plus rapides et les plus fins sont celles qui suivent une telle évolution [68]. Dans le cas de l'éclatement des petites bulles, Duchemin a montré numériquement que dans une gamme de tailles de bulles autour de celles produisant la vitesse maximale, l'évolution des profils de cavités est bien auto-similaire [44].

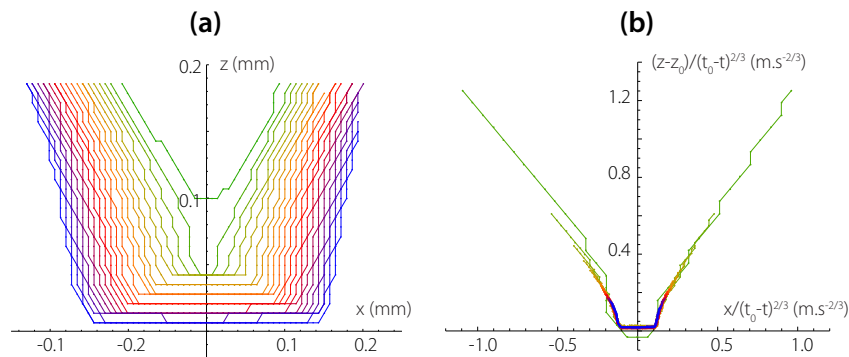


FIGURE 2.23: Remise à l'échelle selon un équilibre entre capillarité et inertie des profils obtenus lors de la fin de l'effondrement d'une cavité correspondant à une bulle de rayon $R = 903 \mu\text{m}$ dans la solution S6. (a) Profils bruts, $\delta t = 2.56 \mu\text{s}$. Le profil le plus à l'intérieur correspond à un temps après la singularité, ainsi il n'est pas présent sur la figure de droite. (b) Profils remis à l'échelle en divisant les coordonnées par $(t_0 - t)^{2/3}$ où t_0 est le temps correspondant à la singularité.

Sur la figure 2.23, nous avons vérifié que les cavités produisant les jets les plus rapides suivent bien une évolution auto-similaire décrite par :

$$h(z, t) = (t_0 - t)^{2/3} F\left(\frac{z + z_0}{(t_0 - t)^{2/3}}\right)$$

Nous avons extrait les profils correspondant aux 50 dernières microsecondes avant la création du jet pour une bulle dans la solution six fois plus visqueuse que l'eau à $Bo = 0.13$, puis nous les avons remis à l'échelle en divisant les deux coordonnées par $(t_0 - t)^{2/3}$. Tous les profils sont alors superposés sur une même courbe-maîtresse, y compris pour des temps à moins de $2 \mu\text{s}$ de la singularité. Sur cette figure très zoomée du fond de la cavité, nous avons laissé les points expérimentaux en plus des courbes en traits pleins, pour donner une idée de la résolution de ces expériences.

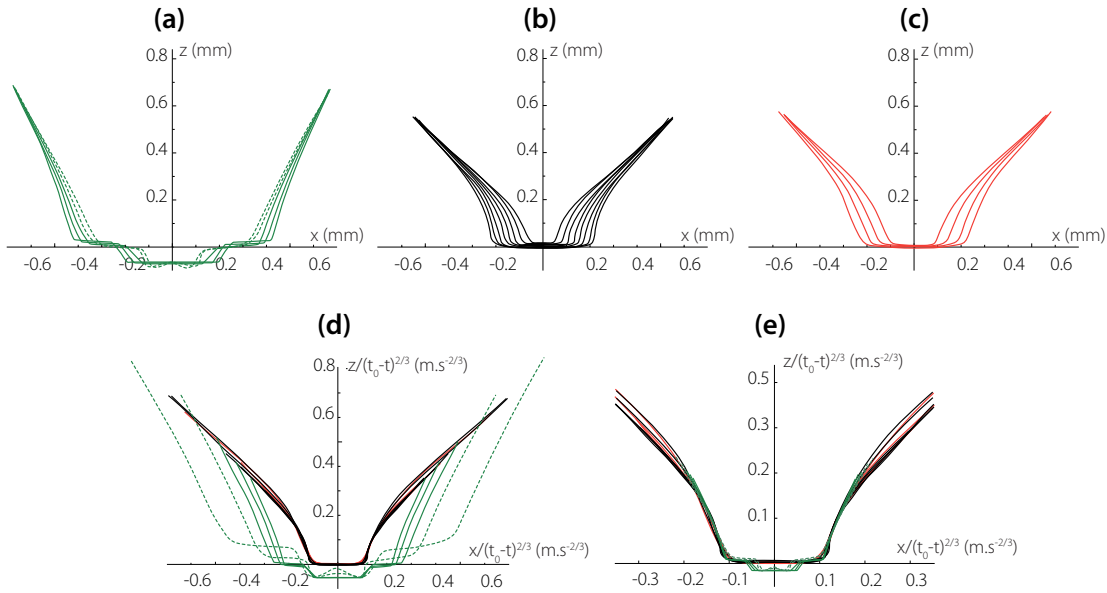


FIGURE 2.24: Profils expérimentaux obtenus à la fin de l'effondrement de bulles telles que $Bo \sim 0.13$ pour (a) de l'eau ($\mu = 1 \text{ mPa.s}$), (b) la solution S6 ($\mu = 6.2 \text{ mPa.s}$) et (c) la solution S12 ($\mu = 11.2 \text{ mPa.s}$), correspondant aux bulles de la figure 2.21. Le temps entre deux profils est : (a) $\delta t = 16.7 \mu\text{s}$, (b) $\delta t = 10 \mu\text{s}$ et (c) $\delta t = 23.8 \mu\text{s}$. (d) Ces mêmes profils remis à l'échelle selon l'équilibre entre capillarité et inertie pour un t_0 très proche de l'instant où se forme la tête du jet. (e) Profils vert (eau) remis à l'échelle avec un t_0 plus grand que précédemment, profils rouge et noir : même t_0 qu'en (d).

La figure 2.24 (a) à (c) présente les profils bruts des cavités à différents instants, correspondant aux bulles présentées en figure 2.21. Sur la figure 2.24 (d) et (e), nous montrons les remises à l'échelle de ces profils associés à différents t_0 . Nous remarquons que les profils remis à l'échelle pour les deux solutions les plus visqueuses sont complètement identiques (cf. les profils rouges et noirs sur la figure 2.24 (d)). Ainsi, cette évolution auto-similaire est aussi valable pour des viscosités assez élevées menant à des jets peu rapides et assez épais. Nous en déduisons que le fait que la vitesse d'éjection du jet

diminue lorsque la viscosité augmente au-dessus de 6 mPa.s n'a pas l'air de dépendre des détails de l'effondrement de la cavité mais doit sûrement être relié au développement de contraintes visqueuses importantes dans la zone très cisailée à la base du jet et dans celui-ci. Cela indique donc qu'une évolution auto-similaire n'est pas forcément la signature d'un jet singulier.

Par ailleurs, nous présentons sur cette figure la remise à l'échelle pour l'eau en prenant deux t_0 différents : le premier est choisi proche de l'instant où le jet est formé (comme pour les profils noirs et rouges) et le second est choisi à un instant ultérieur. Dans ce premier cas, présenté en vert sur la figure 2.24 (d), nous constatons que les centres des profils, qui correspondent à l'avant-dernière onde qui converge vers le fond de la cavité, sont remis à l'échelle de la même manière que précédemment. Cependant, nous constatons que les instants les plus proches de la supposée singularité à $t = t_0$, représentés en pointillés, ne suivent déjà plus l'évolution auto-similaire. Cela s'explique sûrement par le fait que le centre de la cavité est probablement perturbé par la dernière onde capillaire, la plus grosse, qui continue de converger vers le fond de la cavité.

Dans le second cas, présenté en vert en figure 2.24 (e), nous voyons qu'en choisissant bien le t_0 , nous pouvons remettre à l'échelle non plus le centre de la cavité mais ses bords. Cela revient à regarder l'évolution auto-similaire non pas de l'avant-dernière onde, mais de la dernière onde capillaire. Ainsi, s'il n'y avait pas des petites ondes capillaires « parasites » avant l'onde principale (la dernière) celle-ci suivrait certainement, elle aussi, une évolution auto-similaire jusqu'à un temps proche de la naissance du jet. Finalement, il semblerait que l'interaction de ces deux ondes fait qu'aucune d'entre elles n'est capable d'approcher de très près sa singularité. La naissance du jet a alors lieu lorsque l'on est encore assez loin de la singularité correspondant à l'avant-dernière onde.

À l'inverse, dans le cas de solutions plus visqueuses, nous constatons que les ondes précédant l'onde principale sont complètement atténuées au fur et à mesure de leur propagation à cause de la viscosité. Ainsi, l'onde principale n'est pas perturbée (au moins jusqu'à des temps aussi proches que quelques microsecondes de t_0 , ce qui peut être réaliser de mieux dans nos conditions expérimentales) et arrive à approcher de bien plus près la singularité.

Afin de quantifier cela dans la gamme de nombre de Morton où la vitesse du jet augmente avec celui-ci, nous avons mesuré la largeur au fond de la cavité issue du dernier profil qui suit encore l'évolution auto-similaire L_{\min} (telle que défini sur la figure 2.25 (a)) et qui mène donc à la formation du jet. Sur la figure 2.25 (b), nous constatons que L_{\min} décroît lorsque le nombre de Morton, qui correspond à la viscosité adimensionnée, augmente. Ce résultat est donc cohérent avec l'idée selon laquelle les profils conservent une évolution auto-similaire de plus en plus longtemps et s'approchent ainsi d'autant plus

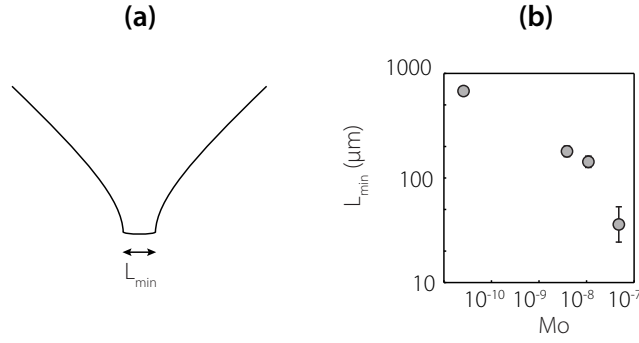


FIGURE 2.25: (a) Schéma définissant L_{\min} , la largeur au fond du dernier profil de cavité qui suit l'évolution auto-similaire. (b) L_{\min} en fonction du nombre de Morton. La barre d'erreur correspond à un encadrement de cette longueur, à une image près, autour de la singularité.

de la singularité quand la viscosité croît, expliquant pourquoi la vitesse du jet augmente avec le nombre de Morton.

Nous pouvons alors résumer le rôle présumé des ondes capillaires à faible nombre de Morton. Considérons que ces ondes brisent la dynamique auto-similaire quand elles sont assez larges, typiquement quand l'amplitude de l'onde est de l'ordre de la taille de la structure auto-similaire. La vitesse de propagation de telles ondes est proportionnelle à $\sqrt{\gamma k / \rho}$: plus les ondes sont petites, plus elles sont rapides. Les ondes de faibles longueurs d'ondes sont donc celles qui arrivent en premier au fond de la cavité. Si nous ajoutons à cela le rôle de la viscosité, nous voyons que plus le liquide est visqueux et plus les ondes de faibles longueurs d'ondes sont atténuées puisque le taux de dissipation est proportionnel à $\propto \mu k^2 / \rho$ [90]. Ainsi, **plus la viscosité augmente et plus l'interface dans la zone proche du fond de la cavité est lissée, ce qui permet de repousser d'autant plus le moment où le régime auto-similaire est détruit et de se rapprocher alors de plus en plus de la singularité.**

Finalement, nous avons dégagé deux régimes différents en fonction du nombre de Morton : quand $Mo \lesssim 3.10^{-8}$, la viscosité engendre des jets rapides en lissant le processus d'effondrement de la cavité, et quand $Mo \gtrsim 3.10^{-8}$, la vitesse du jet diminue alors que le nombre de Morton continue d'augmenter. À la jonction entre ces deux régimes, les jets sont très fins et la vitesse est alors maximale. Nous observons aussi que les gouttes éjectées ont l'air plus nombreuses et plus fines, ce qui sera étudié dans la suite : des jets plus rapides peuvent-ils éjecter plus de gouttes et à des hauteurs plus grandes ?

2.3.5.2 Effet de la taille de la bulle sur l'effondrement de la cavité

Nous venons de voir l'influence de la viscosité sur l'effondrement de cavités toutes issues de bulles de même taille (environ $900 \mu\text{m}$ de rayon). Nous regardons maintenant

l'effet de la taille de la bulle sur son effondrement. Sur la figure 2.26 sont présentées trois séquences correspondant à l'éclatement de bulles de 1.22 mm, 894 μm et 520 μm de rayon dans la solution S4. Nous constatons que, en normalisant les échelles spatiales et temporelles (les bulles les plus petites sont celles qui éclatent le plus vite), ces trois séquences ont l'air très semblables. En effet, les ondes capillaires semblent avoir la même amplitude, relativement à la taille de la bulle, et les images correspondent bien temporellement, si l'on adimensionne le temps par la durée de chaque séquence.

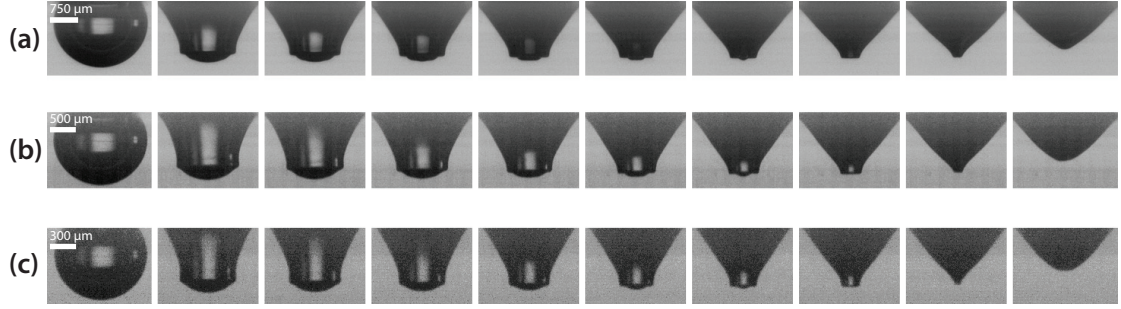


FIGURE 2.26: Séquences montrant les similitudes de formes lors de l'effondrement de trois bulles de tailles différentes dans les mêmes conditions (solution S4). (a) $R = 1.22$ mm, $\Delta t_{1-2} = 1.27$ ms puis $\delta t = 67$ μs , (b) $R = 894$ μm , $\Delta t_{1-2} = 0.85$ ms puis $\delta t = 50$ μs et (c) $R = 520$ μm , $\Delta t_{1-2} = 0.41$ ms puis $\delta t = 20$ μs .

Afin de vérifier si la taille de la bulle n'a de l'influence que sur les échelles temporelles et spatiales, nous avons comparé trois films correspondant à des tailles de bulles différentes, dans un liquide un peu plus visqueux afin de bien voir l'évolution auto-similaire. La figure 2.27 (a) à (c) présente les profils bruts obtenus à la fin de l'effondrement, pour des bulles de 543 μm , 887 μm et 1.25 mm de rayon dans la solution S6. En figure 2.27 (d), nous superposons les profils auto-similaires après remise à l'échelle de ces données brutes. Nous constatons que ces trois profils sont identiques dans la zone proche de 0 mais qu'en revanche **l'angle du cône les décrivant à l'infini n'est pas le même : plus la bulle est grande et plus cet angle est grand.**

Pour des bulles de rayons 543 μm , 887 μm et 1.25 mm, les angles obtenus valent 80°, 86° et 92°. Cela va donc à l'encontre du résultat de Zeff [68] qui, dans le cas de l'expérience de Faraday, trouvait un angle de cône unique valant 60° (cf. 1.2.5.1) et qui pensait que le profil ainsi obtenu numériquement était universel pour tout les problèmes auto-similaires mettant en jeu capillarité et inertie. Cependant, Sierou a montré plus récemment [94] que la solution trouvée par Zeff fait en réalité partie d'une famille de solutions autosimilaires à deux paramètres, dont l'un est l'angle du cône à l'infini. Comme le suggère Sierou, il semblerait que ces deux paramètres soient sélectionnés par les conditions initiales du problème. Dans le cas de la figure 2.27, celles-ci sont bien différentes puisque le rayon de la bulle initiale varie.

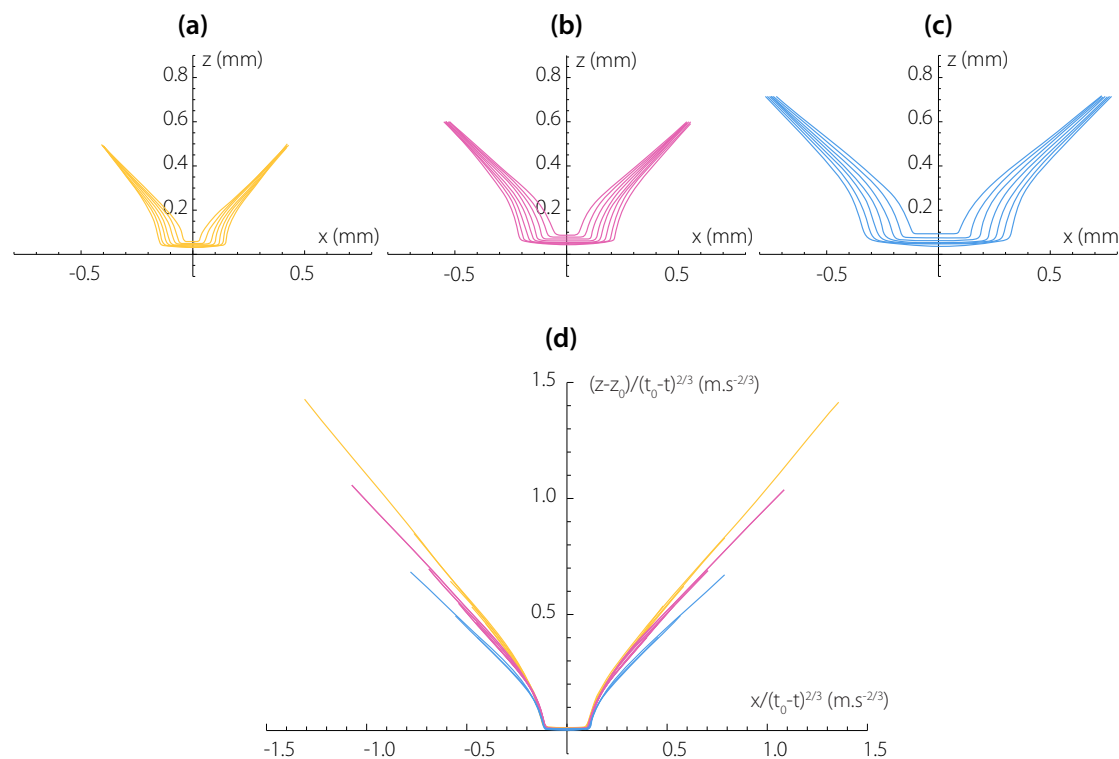


FIGURE 2.27: Profils expérimentaux obtenus à la fin de l'effondrement de bulle de rayon (a) 543 μm , (b) 887 μm et (c) 1.25 mm dans la solution S6 (cf. tableau 2.2). Le temps entre deux profils est : (a) $\delta t = 6.7 \mu\text{s}$, (b) $\delta t = 10 \mu\text{s}$ et (c) $\delta t = 20 \mu\text{s}$. (d) Ces mêmes profils remis à l'échelle. Ceux-ci se superposent parfaitement dans la zone proche de l'origine mais une différence notable est visible au niveau de l'angle du cône décrivant ces profils à l'infini. Plus la bulle est grosse et plus l'angle est grand. Par ordre de tailles de bulles croissantes, les angles valent ici : 80°, 86° et 92°. Duchemin obtenait quant à lui un angle de 73° pour une bulle telle que $R/R_\nu = 720$ (soit environ 360 μm avec $R_\nu = \mu^2/\rho\gamma$ calculé avec nos conditions expérimentales de la solution S6).

Pour approfondir cette étude, il serait intéressant de regarder numériquement l'influence du changement de tailles de bulles, à excentricité constante, et du changement d'excentricité, à taille de bulle constante sur l'angle du cône. En effet, il est impossible de séparer ces deux paramètres expérimentalement et de savoir si le changement d'angle du cône observé ici est dû aux variations d'excentricité ou à celles de taille.

2.4 Étude paramétrique : vitesse et taille de la première goutte dans le contexte du champagne

2.4.1 Le cas du champagne

2.4.1.1 Rappel des objectifs

À la lumière de nos résultats sur l'influence de la viscosité, nous nous plaçons dans le contexte du champagne et nous évaluons l'influence de la température de service du vin sur les aérosols produits. Bien que la tension de surface et la masse volumique soient sensibles aux variations de température, un tel changement se répercute principalement sur la viscosité du liquide dans le cas du champagne. Ainsi, **pour mimer du champagne à différentes températures, il faut principalement faire varier la viscosité.** Pour cela, nous choisissons de fabriquer trois mélanges composés d'eau, d'éthanol et de glycérol : le glycérol permettant d'ajuster la viscosité et l'éthanol la tension de surface. En choisissant bien les proportions, nous arrivons à conserver une tension de surface proche de 48 mN.m^{-1} et une masse volumique proche de $1\,000 \text{ kg.m}^{-3}$ (qui sont les valeurs mesurées dans du vrai champagne une fois dégazé) et à faire varier la viscosité dynamique de 1.6 mPa.s à 3.6 mPa.s , ce qui correspond environ à la viscosité du champagne sur une gamme de températures de service allant de 4°C à 20°C environ. Les propriétés des solutions réalisées sont résumées dans le tableau 2.3.

Dans un souci de simplicité, nous modélisons le champagne par des solutions hydro-glycéro-alcooliques, pour nous intéresser seulement aux variations de viscosité, sans regarder l'influence des tensio-actifs qui sont présents dans le vrai champagne. Afin de valider l'utilisation de ces solutions, commodités d'utilisation et peu coûteuses, pour étudier les aérosols des vins effervescents, quelques expériences ont aussi été réalisées dans du véritable champagne.

Par ailleurs, afin de comparer nos résultats à ceux de la littérature, nous réalisons aussi ces expériences dans de l'eau déminéralisée. Dans cette section, nous nous proposons de commencer par étudier en détail la première goutte éjectée en regardant sa vitesse, sa taille et sa hauteur maximale atteinte. Les résultats concernant les sept gouttes suivantes peuvent être trouvés en annexe A. Dans le contexte de la diffusion des arômes du vin, nous poursuivons ensuite cette étude en évaluant l'évaporation subie par cette première goutte lors de son vol au-dessus du verre. Rappelons qu'ici les *gouttes de film* sont inexistantes, comme observé dans la partie 2.2.2.4, ce qui justifie de considérer seulement l'évaporation des *gouttes de jet* dans le cas du champagne.

2.4.1.2 Validation de l'emploi de solutions hydro-alcooliques

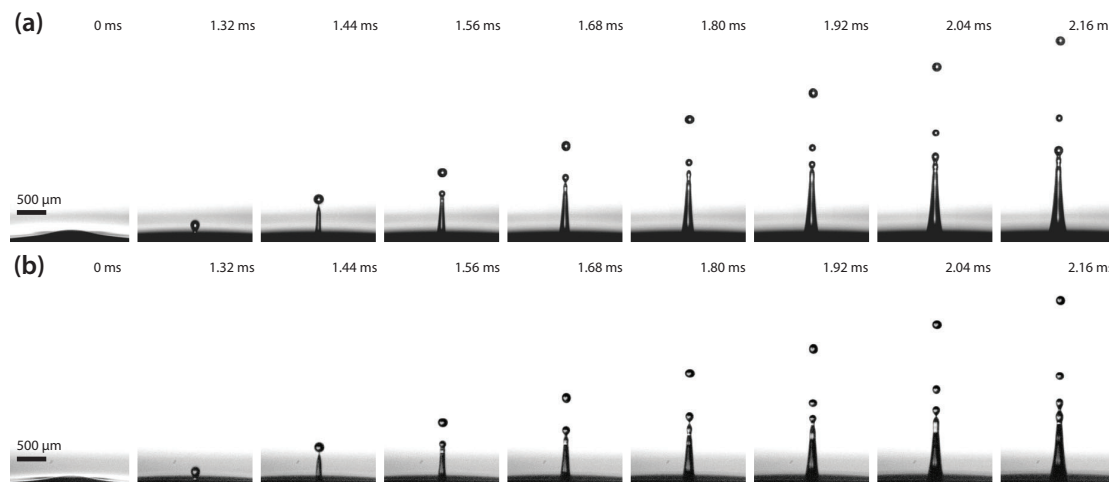


FIGURE 2.28: Séquences comparant les jets émis par l'éclatement d'une bulle dans (a) du champagne à 20°C ($R = 817 \mu\text{m}$) et (b) la solution hydro-alcoolique (i) ($R = 830 \mu\text{m}$).

La figure 2.28 compare les jets produits par deux bulles de même taille dans du champagne à 20°C et dans la solution (i), fabriquée pour reproduire celui-ci à cette même température. Nous constatons que ces deux séquences sont parfaitement identiques : les jets ont bien la même vitesse et les premières gouttes éjectées sont également de même taille. Cela laisse donc supposer que la présence de tensio-actifs aux interfaces, dans le cas du vrai champagne, n'a pas d'effet sur la dynamique des jets produits. Pour étudier les aérosols du champagne, c'est à dire pour caractériser les gouttes émises par ces jets, il est donc légitime d'utiliser des solutions hydro-alcooliques, bien moins couteuses que ce vin pétillant.

2.4.2 Vitesse d'éjection de la première goutte

2.4.2.1 Vitesse d'éjection de la première goutte dans de l'eau

Nous allons d'abord établir la relation entre la vitesse d'éjection de la première goutte et la taille de la bulle. La vitesse de la première goutte v_1 est mesurée au moment où la goutte se détache du jet. Ainsi, cette vitesse n'est pas relevée au même endroit que la vitesse d'éjection du jet v_{jet} , au niveau du liquide au repos. Nous avons vu que cela n'avait pas l'air de changer les résultats lorsque l'on comparait nos vitesses de jet et les vitesses de premières gouttes de Spiel [27] dans la section 2.3.3.

Sur la figure 2.29 nous représentons la vitesse du jet et de la première goutte en fonction de la taille de la bulle dans de l'eau. Nous observons alors que pour les petites bulles, les vitesses d'éjection du jet et de la goutte sont très proches alors que pour des

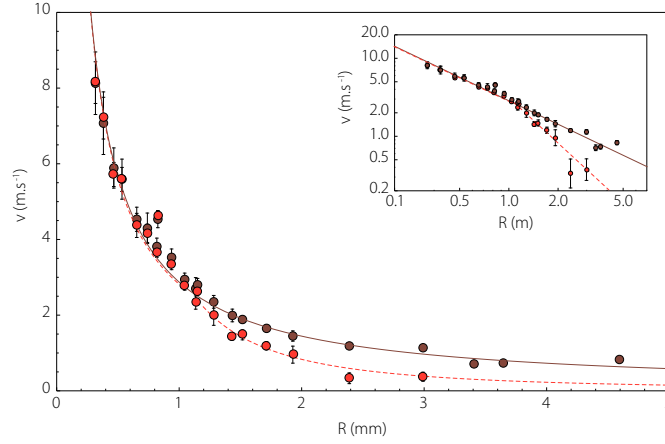


FIGURE 2.29: Comparaison entre la vitesse d'éjection du jet v_{jet} (ronds marrons) et la vitesse d'éjection de la première goutte v_1 (ronds rouges) dans de l'eau. Pour les bulles les plus grosses, l'écart entre ces deux vitesses devient important et dispersé.

tailles de bulles plus grandes, typiquement pour des rayons de bulles supérieurs à 1.2 mm, l'écart entre ces deux vitesses peut devenir important. Notons que ce résultat n'est en fait pas en contradiction avec celui de Spiel, puisque ses points expérimentaux sont à peu près dans la partie correspondant aux petites bulles.

Sur nos figures, les barres d'erreur correspondent au maximum entre l'erreur due à la technique de mesure (soit ± 1 pixel lors de la mesure de la longueur) et l'erreur statistique sur une douzaine d'expériences différentes réalisées pour une même taille de bulle. Ainsi, pour les bulles les plus petites, la barre d'erreur représente en fait une erreur sur la méthode de mesure. Elle est assez élevée car il faudrait filmer encore plus vite pour avoir une meilleure précision. Pour les bulles les plus grosses, la barre d'erreur est cette fois-ci due aux différences d'une expérience à l'autre.

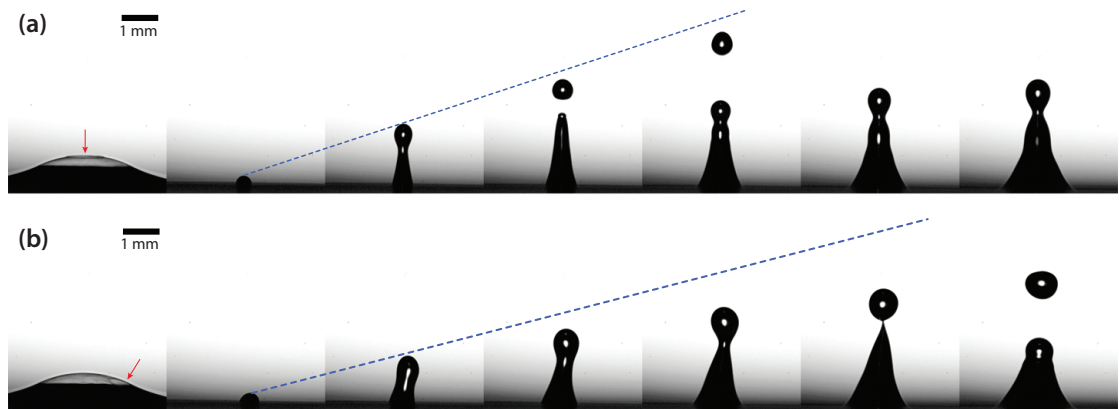


FIGURE 2.30: Détachement de la première goutte dans de l'eau. (a) : la bulle éclate bien au milieu (petite flèche rouge) ce qui produit un jet bien droit. (b) : la bulle éclate sur le côté. Le jet est de travers et la goutte éjectée est moins rapide et plus grosse. Les lignes en pointillés matérialisent la vitesse d'éjection du jet. (a) et (b) : $R = 1.93$ mm, $\Delta t_{1-2} = 4.2$ ms puis $\delta t = 842 \mu\text{s}$.

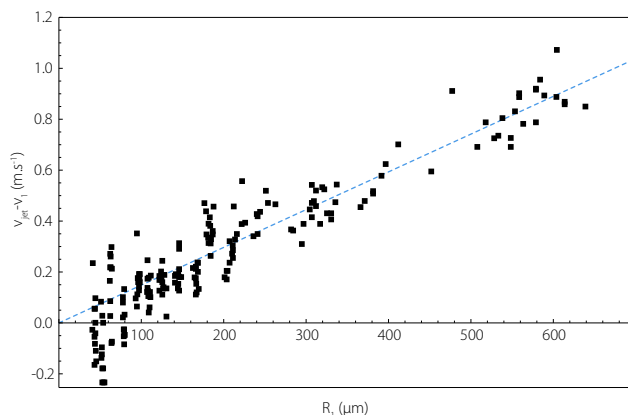


FIGURE 2.31: Écart de vitesse d'éjection du jet et de la première goutte en fonction de la taille de celle-ci dans de l'eau. Plus la différence est importante et plus la taille de la goutte est grande. Chaque point correspond à une expérience.

En effet, pour ces grosses bulles, très peu de jets sont bien droits, ce qui conduit à une grande dispersion des vitesses et des tailles de goutte. La figure 2.30 illustre cela : pour une même taille de bulle et une vitesse de jet très proche, la goutte de la séquence du bas a une vitesse bien plus basse et une taille bien plus grosse. Nous pouvons quantifier cela un peu mieux en traçant l'écart entre la vitesse du jet et la vitesse de la première goutte en fonction de la taille émise en figure 2.31. Nous constatons alors que cet écart est directement proportionnel à la taille de la goutte. Pour une même taille de bulle, si le jet n'est pas droit, la vitesse est plus faible et la goutte émise est alors plus grosse.

Cependant, nous constatons que si les vitesses d'éjection des premières gouttes ne sont pas identiques aux vitesses de jet, ce n'est pas uniquement à cause de jets non droits. En effet, la figure 2.32 montre que lors du détachement de gouttes sur des jets bien droits, il y a un écart entre la vitesse du jet, matérialisée par la ligne en pointillés, et la vitesse de la première goutte. Le pourcentage indiqué à droite correspond à l'écart entre ces deux vitesses (soit $(v_{\text{jet}} - v_1)/v_{\text{jet}}$). Nous n'observons pas cet écart dans le cas de bulles plus petites (cas (a) et (b) sur la figure 2.32). Ainsi, le processus de détachement de la première goutte semble différent en fonction de la taille de la bulle-mère et semble influencer la vitesse de la goutte à partir d'une certaine taille de bulle.

Finalement, **la vitesse d'éjection de la première goutte est très proche de la vitesse d'éjection du jet pour les bulles de rayon inférieur à 1.2 mm environ. Pour les bulles de tailles supérieures, nous observons un écart entre ces deux vitesses, qui est d'autant plus important que la bulle est grande et que la goutte émise est grosse.**

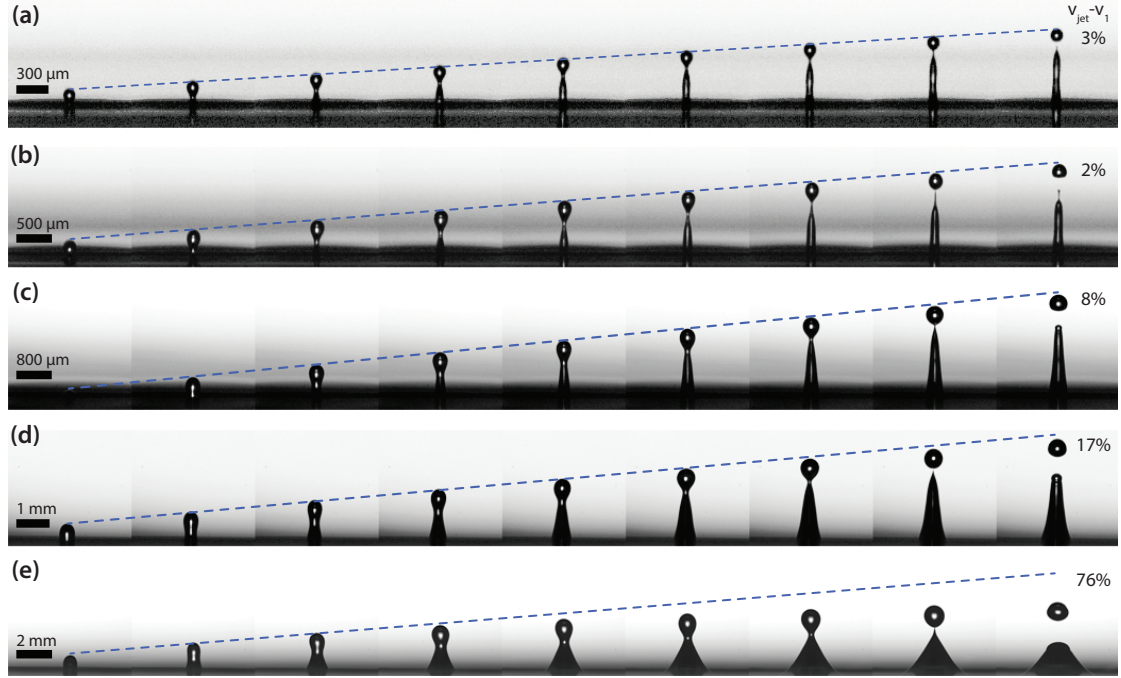


FIGURE 2.32: Détail du détachement de la première goutte pour cinq bulles de tailles différentes dans de l'eau. (a) $R = 468 \mu\text{m}$, $\delta t = 12.7 \mu\text{s}$, $v_{\text{jet}} = 5.9 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 = 5.7 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_1 = 63 \mu\text{m}$. (b) $R = 742 \mu\text{m}$, $\delta t = 33.3 \mu\text{s}$, $v_{\text{jet}} = 4.2 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 = 4.1 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_1 = 110 \mu\text{m}$. (c) $R = 1.28 \text{ mm}$, $\delta t = 120 \mu\text{s}$, $v_{\text{jet}} = 2.5 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 = 2.3 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_1 = 205 \mu\text{m}$. (d) $R = 1.93 \text{ mm}$, $\delta t = 211 \mu\text{s}$, $v_{\text{jet}} = 1.8 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 = 1.5 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_1 = 295 \mu\text{m}$. (e) $R = 2.39 \text{ mm}$, $\delta t = 800 \mu\text{s}$, $v_{\text{jet}} = 1.2 \text{ m.s}^{-1}$, $v_1 = 0.3 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_1 = 579 \mu\text{m}$.

2.4.2.2 Vitesse d'éjection de la première goutte dans les solutions hydro-alcooliques

Nous venons de voir que, contrairement à la vitesse d'éjection du jet, nous ne pouvons pas décrire la vitesse d'éjection de la première goutte dans de l'eau avec une loi en puissance -1 sur toute la gamme de tailles de bulles. Sur la figure 2.33, la vitesse d'éjection de la première goutte v_1 est tracée en fonction de la taille de la bulle pour l'eau, le champagne, et les trois solutions représentant le champagne à différentes températures (solution (i) à (iii) du tableau 2.3). Nous constatons que, de même que pour l'eau, pour bien décrire la taille de la goutte il faut séparer notre gamme de tailles de bulles en deux parties : les tailles plus petites que 1.2 mm et les tailles supérieures.

Pour les tailles les plus petites, où vitesse de jet et vitesse de première goutte sont très proches, nous voyons que nos données sont bien décrites par une régression en $1/R$ et que, conformément à la partie précédente, plus le nombre de Morton augmente et plus les jets, et donc les gouttes, sont rapides. Pour une taille de bulle donnée, la vitesse de la première goutte augmente d'environ 50 % entre la solution (i) et la solution (iii). Pour les bulles les plus grosses, nous réalisons simplement une régression en R^{-n} de façon à décrire au mieux les expériences. Les valeurs de ces régressions sont indiquées dans

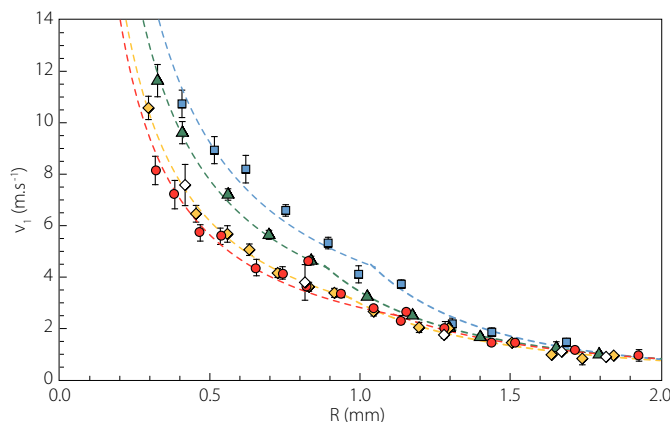


FIGURE 2.33: Vitesse d'éjection de la première goutte v_1 en fonction de la taille de la bulle pour l'eau (ronds rouges), le champagne (losanges creux) et les solutions hydro-alcooliques (i), (ii) et (iii) (losanges jaunes, triangles verts et carrés bleus). Valeurs des régressions avec les vitesses en m.s^{-1} et les rayons en m : eau $v_1 = 0.0028/R$ puis $v_1 = 5.04 \cdot 10^{-6}/R^{1.93}$, solution (i) $v_1 = 0.0031/R$ puis $v_1 = 3.70 \cdot 10^{-6}/R^{1.97}$, solution (ii) $v_1 = 0.0039/R$ puis $v_1 = 2.35 \cdot 10^{-6}/R^{2.05}$, solution (iii) $v_1 = 0.0046/R$ puis $v_1 = 7.28 \cdot 10^{-8}/R^{2.61}$.

la légende de la figure 2.33. Ces valeurs seront réutilisées dans la suite, pour évaluer la hauteur maximale atteinte par les gouttes et l'évaporation à leur surface pendant leur temps de vol. Par ailleurs, nos mesures prouvent un très bon accord quantitatif entre les expériences réalisées dans du champagne et dans la solution hydro-alcoolique correspondant (i), ce qui justifie bien l'emploi de cette dernière.

2.4.3 Taille de la première goutte

2.4.3.1 Taille de la première goutte dans de l'eau

Après avoir caractérisé les vitesses d'éjection des premières gouttes, nous nous intéressons maintenant aux tailles de celles-ci, tout d'abord dans de l'eau. La figure 2.34 présente l'évolution du rayon de la première goutte R_1 en fonction de la taille de la bulle-mère, pour nos expériences et pour les données issues de la bibliographie. Nous constatons que les résultats des différents auteurs sont très similaires, malgré les petites différences de température, qui changent la viscosité et donc le nombre de Morton, et le fait que certains utilisent de l'eau douce [33] et d'autres de l'eau de mer [35, 40, 41]. Cela montre que, comme observé par Blanchard, les composants contenus dans l'eau de mer n'ont pas l'air de jouer de rôle dans la dynamique de nos jets et que le nombre de Morton ne change pas suffisamment sur cette gamme de températures dans de l'eau pour que la dynamique des jets et la taille des gouttes en soit vraiment influencées⁴.

4. Sur une gamme allant de 20°C à 30°C, la viscosité de l'eau passe de 1.03 mPa.s à 0.83 mPa.s dans nos expériences, ce qui fait varier le nombre de Morton de $2.96 \cdot 10^{-11}$ à $1.25 \cdot 10^{-11}$. Cela correspond à une zone du graphe 2.20 où la vitesse ne change pratiquement pas avec le nombre de Morton. Il est

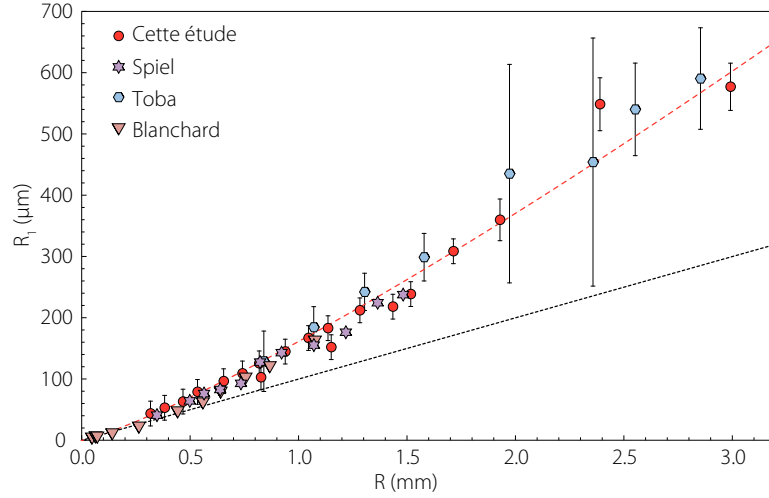


FIGURE 2.34: Rayon de la première goutte éjectée en fonction de la taille de la bulle dans de l’eau pour nos expériences ($T = 24.5^\circ\text{C}$) et comparaison avec les données issues de la bibliographie : Spiel [33] (étoiles violettes, $T = 20 \pm 3^\circ\text{C}$, eau douce), Hayami [35] (hexagones bleus, $T = 30^\circ\text{C}$, eau de mer) et Blanchard [40] (triangles roses, $T = 22\text{--}26^\circ\text{C}$, eau de mer). La courbe en pointillés noirs correspond à la fameuse loi en $R/10$: nous constatons que cette forme ne convient que pour décrire les plus petites bulles, telles que celles étudiées par Blanchard. La courbe en rouge représente une régression de nos données : $R_1 = 0.642 R^{1.2}$ où les rayons sont exprimés en mètres.

Nous voyons que la loi historique de Blanchard [37] qui prédit une taille de goutte vallant un dixième de la taille de la bulle d’origine (en pointillés noirs sur la figure) n’est valable que pour les bulles d’un rayon inférieur à $500 \mu\text{m}$ et que nos données sont mieux décrites par une loi en puissance 1.2 :

$$R_1 = AR^{1.2}$$

Cette observation avait déjà été faite par Massel [95] qui proposait comme loi pour l’évolution du rayon de la première goutte dans de l’eau : $R_1 = 0.075R^{1.3}$, ce qui est proche de notre résultat. Nous retrouvons aussi sur cette courbe la forte fluctuation de la taille des gouttes éjectées par les plus grosses bulles, conformément à ce qui a été observé dans la partie 2.4.2.1.

Par ailleurs, nous remarquons que les gouttes de jet dans cette gamme de tailles de bulles sont relativement grosses, notamment comparées aux gouttes de film ou encore aux gouttes présentes dans un spray (typiquement : $1 \mu\text{m}$). Cela rejoint bien les observations des différents auteurs mentionnées dans la partie 1.1.2.

donc logique de ne pas observer de différences significatives sur les mesures de taille de goutte dans cette gamme de température dans de l’eau.

2.4.3.2 Taille de la première goutte dans les solutions hydro-alcooliques

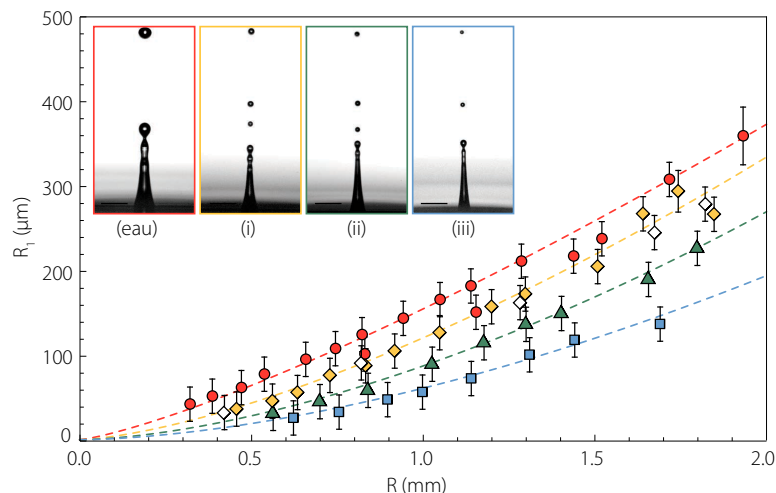


FIGURE 2.35: Rayon de la première goutte éjectée en fonction du rayon de la bulle pour l'eau (ronds rouges), le champagne (losanges creux) et pour les solutions (i), (ii) et (iii) (losanges jaunes, triangles verts et carrés bleus). Plus la solution est visqueuse et plus la taille de la première goutte est petite. La taille de cette goutte peut être décrite selon une loi de puissance 1.2 : $R_1 = \mathcal{A} R^{1.2}$ avec $\mathcal{A} = 0.642$ pour l'eau, $\mathcal{A} = 0.527$ pour la solution (i), $\mathcal{A} = 0.404$ pour la solution (ii) et $\mathcal{A} = 0.271$ pour la solution (iii), où les rayons sont en mètres et les vitesses en m.s^{-1} . Les images en haut à gauche correspondent à l'éjection de la première goutte par des bulles de même taille dans (a) de l'eau ($R = 819 \mu\text{m}$), (b) dans la solution (i) ($R = 830 \mu\text{m}$), (c) dans la solution (ii) ($R = 837 \mu\text{m}$) et (d) dans la solution (iii) ($R = 894 \mu\text{m}$). La barre d'échelle correspond à $500 \mu\text{m}$ sur ces images.

Nous avons observé dans la partie 2.3.4 que plus le nombre de Morton est élevé et plus les jets sont rapides mais aussi qu'ils deviennent plus fins. Nous retrouvons bien cette tendance sur la figure 2.35 : **plus le nombre de Morton du liquide est élevé et plus la première goutte éjectée est fine**. La dépendance de la taille de la goutte en fonction de la viscosité est très marquée puisque la taille des gouttes dans la solution de viscosité 3.6 mPa.s (solution (iii)) est plus petite, environ de moitié que celle obtenue dans la solution de viscosité 1.6 mPa.s (solution (i)). Ainsi, pour une bulle de 1.5 mm de rayon, le rayon de la première goutte mesure environ $100 \mu\text{m}$ pour la solution la plus visqueuse contre environ $200 \mu\text{m}$ dans la solution hydro-alcoolique la moins visqueuse, et jusqu'à environ $280 \mu\text{m}$ pour l'eau à cette même taille de bulle. Les images insérées dans cette figure donnent un aperçu des jets obtenus pour une même taille de bulle dans les quatre solutions étudiées ici : la diminution de taille de goutte y est bien visible. Dans le cas des solutions (i) à (iii) (images (b), (c) et (d)), où seule la viscosité varie, nous constatons aussi que ces jets sont très similaires et ce jusqu'à l'éjection de la seconde goutte, qui semble se détacher au même endroit sur ces trois images. Comme pour les vitesses d'éjection des gouttes, l'accord quantitatif sur la mesure du rayon de cette goutte pour la solution (i) et le champagne est excellent. Pour chacune des solution (i) à (iii),

une régression en loi de puissance 1.2 a été réalisée et est indiquée dans la légende de la figure 2.35, afin d'être utilisée pour la suite.

Finalement, nous venons de montrer que dans la gamme de températures pertinentes pour la dégustation du champagne, de 4°C à 20°C, le changement de viscosité du liquide entraîne une importante augmentation de la vitesse d'éjection de la première goutte mais aussi une grande diminution de la taille de celle-ci. Ainsi, il n'est pas possible de savoir a priori si pour une taille de bulle donnée la première goutte va aller plus haut ou non, ce qui pourrait favoriser son évaporation et la propagation des arômes du vin. En effet, une vitesse d'éjection élevée permet d'atteindre une hauteur finale plus grande, cependant, la diminution de taille associée à cette augmentation de vitesse rend la goutte plus sujette aux frottements de l'air lors de son vol. Cela sera regardé plus en détails dans la partie 2.4.4.

2.4.3.3 Analyse dimensionnelle pour la taille de la première goutte

Nous venons de voir que la taille de la goutte présente une forte dépendance avec la viscosité de la solution, pour une tension de surface et une densité fixées. De même que dans la partie 2.3.1, nous souhaitons relier cette taille de goutte R_1 à tous les autres paramètres de ce nouveau problème : la taille de la bulle R , la viscosité μ , la tension de surface γ et la masse volumique ρ du liquide et la gravité g . Afin de bien faire varier tous les paramètres, nous présentons dans les figures suivantes les résultats des expériences faites dans les solutions hydro-alcooliques (tableau 2.2) ainsi que celles de la partie précédente (tableau 2.2). La figure 2.36 (a) présente l'ensemble de ces résultats dimensionnés. Sur la figure de gauche, toutes les tailles de gouttes mesurées dans ces différentes solutions sont représentées en fonction de la taille de la bulle d'origine. Nous constatons bien le même effet de la viscosité que précédemment : plus celle-ci est importante, plus la première goutte est fine.

Nous remarquons qu'à la place du rayon de la bulle R , nous pouvons utiliser comme paramètre la vitesse du jet. En effet, ces deux variables étant reliées par la relation (2.4), elles ne sont pas indépendantes et donc l'une peut être utilisée à la place de l'autre. De plus nous remarquons que la relation entre la vitesse du jet et la taille de la première goutte est facile à expliciter : quelque soit la solution, celle-ci est bien décrite par une loi en puissance -6/5 comme visible sur la figure 2.36 (b). Il semble donc plus judicieux d'utiliser ici la vitesse du jet comme paramètre dans le problème de détachement de la goutte plutôt que la taille de la bulle. C'est la bulle qui crée le jet et ensuite c'est le jet qui crée la goutte. Ainsi :

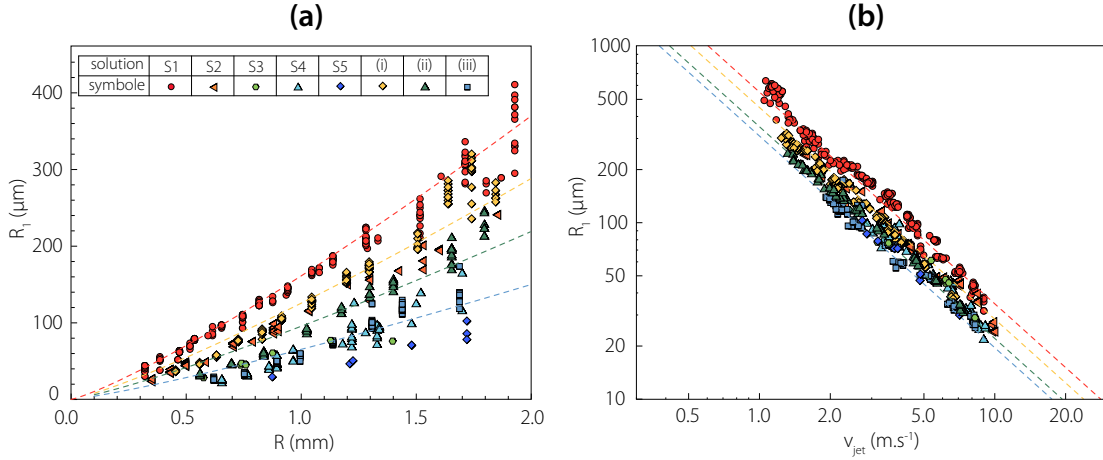


FIGURE 2.36: (a) Rayon de la première goutte en fonction du rayon de la bulle. Courbes en pointillés : régression en $R_1 = \mathcal{A}R^{6/5}$ de la figure 2.35. (b) Rayon de la première goutte en fonction de la vitesse d'éjection du jet pour ces mêmes données et régression en $R_1 = \mathcal{A}v_{\text{jet}}^{-6/5}$.

$$R_1 = \Psi(v_{\text{jet}}, \gamma, \rho, \mu, g)$$

En faisant une analyse dimensionnelle [92], nous pouvons réécrire l'équation précédente sous la forme de trois nombres sans dimension reliés les uns aux autres :

$$Bo_1 = F(\bar{v}, Mo), \quad (2.5)$$

où $Bo_1 = \rho g R_1 / \gamma$ est le nombre de Bond associé à la première goutte, $\bar{v} = v_{\text{jet}} / v_{\text{car}}$ est la vitesse du jet adimensionnée par la vitesse caractéristique $v_{\text{car}} = (\gamma g / \rho)^{1/4}$, qui ne dépend en particulier pas de R_1 et de μ , et $Mo = g \mu^4 / \rho \gamma^3$ est le nombre de Morton. Nous choisissons cette représentation car ainsi ces trois nombres sans dimension représentent la taille de la goutte, la vitesse du jet et la viscosité adimensionnée sans dépendre les uns des autres. Par exemple, le nombre de Bond de la première goutte Bo_1 ne met en jeu ni la vitesse du jet, ni la viscosité de la solution. Cela sera alors plus facile de départager ensuite le rôle de chacune de ces variables dans notre problème, d'autant plus que nous avons remarqué que la vitesse du jet et la taille de la goutte sont reliées par une simple loi de puissance $-6/5$.

La relation entre la vitesse du jet et la taille de la goutte peut donc se traduire sous forme adimensionnée en traçant Bo_1 en fonction de \bar{v} , tel que présenté en figure 2.37. Comme attendu, nous trouvons bien une loi de puissance $-12/5$, en accord avec la figure 2.36 (b). Plus surprenant, nous voyons que cette représentation permet déjà de remettre à l'échelle les données pour des nombres de Morton allant de 10^{-11} à $2 \cdot 10^{-8}$ environ. Cela veut dire que sur cette gamme, la viscosité ne semble pas influente lors du détachement

de la goutte. Finalement, dans cette gamme, le rôle de la viscosité semble entièrement contenu dans la vitesse du jet et jouerait donc un rôle seulement plus bas dans la vie du jet, lors de sa formation.

La relation (2.5) peut donc se ré-écrire :

$$Bo_1 = \bar{v}^{-12/5} G(Mo), \quad (2.6)$$

où $G(Mo) \sim Mo^0$ pour les nombres de Morton inférieurs à $2 \cdot 10^{-8}$. Afin de voir l'influence de la viscosité pour des nombres de Morton supérieurs à $2 \cdot 10^{-8}$, nous traçons ensuite $Bo_1 \bar{v}^{12/5}$ en fonction du nombre de Morton en figure 2.37 (b). Nous constatons bien que la dépendance de $Bo_1 \bar{v}^{12/5}$ avec le nombre de Morton est pratiquement nulle pour des nombres de Morton petits, avant de prendre un peu plus d'importance pour des nombres de Morton plus élevés.

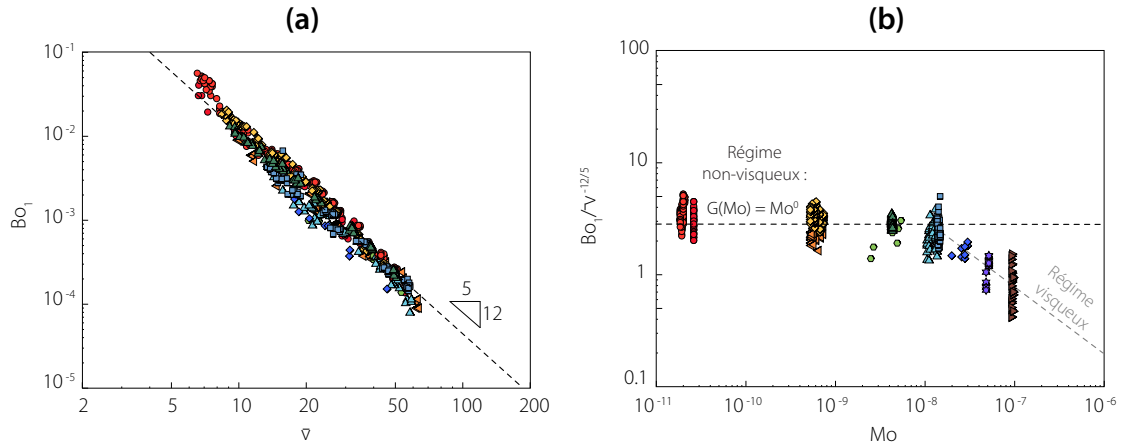


FIGURE 2.37: (a) Nombre de Bond de la première goutte $Bo_1 = \rho g R_1 / \gamma$ en fonction de la vitesse adimensionnée $\bar{v} = v_{\text{jet}} / v_{\text{car}}$, où $v_{\text{car}} = (\gamma g / \rho)^{1/4}$: $Bo_1 = \bar{v}^{-12/5} G(Mo)$ (b) $\frac{Bo_1}{\bar{v}^{12/5}}$ en fonction de Mo : pour Mo jusqu'à 10^8 , $G(Mo) \sim Mo^0$. Au delà, le détachement de la goutte devient sensible à Mo (étoiles violettes et triangles marrons : solutions S6 et S7).

Finalement, sur la gamme du champagne, le rayon de la première goutte est approximé par :

$$Bo_1 \sim \bar{v}^{-12/5}$$

Si nous souhaitons maintenant exprimer le rayon de la première goutte adimensionné Bo_1 en fonction du rayon de la bulle-mère adimensionné Bo (plutôt qu'en fonction de \bar{v} , la vitesse du jet adimensionnée), nous pouvons repartir de l'équation (2.4). Le rayon de la bulle-mère s'exprime comme :

$$R^2 = \left(\frac{\gamma}{\rho} \right)^{3/2} g^{-1/2} v_{\text{jet}}^{-2} f(Mo)$$

Ce qui donne le nombre de Bond de la bulle-mère $Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma}$:

$$Bo = \left(\frac{v_{\text{jet}}}{\left(\frac{\gamma g}{\rho} \right)^{1/4}} \right)^{-2} f(Mo)$$

Cela peut se réécrire sous la forme : $\bar{v}^{-12/5} = Bo^{6/5} f(Mo)^{-6/5}$, et en réinjectant cela dans l'équation (2.6), nous obtenons alors :

$$Bo_1 = H(Mo) Bo^{6/5} \quad (2.7)$$

où $H(Mo) = G(Mo) f(Mo)^{-6/5}$.

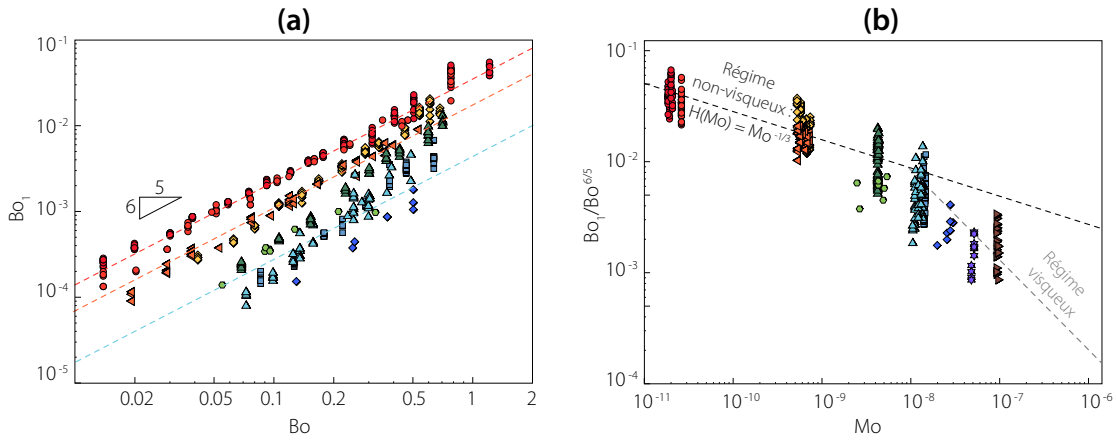


FIGURE 2.38: (a) Nombre de Bond de la goutte $Bo_1 = \rho g R_1 / \gamma$ en fonction du nombre de Bond de la bulle $Bo = \rho g R / \gamma$. Finalement : $Bo_1 = Bo^{6/5} H(Mo)$. (b) Fonction $H(Mo)$.

La figure 2.38 (a) représente le nombre de Bond de la goutte en fonction du nombre de Bond de la bulle, soit la taille de la goutte en fonction de la taille de la bulle adimensionnées. Nous voyons qu'une loi de puissance en $6/5$, conformément à l'équation (2.7), décrit correctement nos données pour chaque viscosité, même si les points aux nombres de Morton élevés sont assez bruités. En effet, il y a déjà un certain bruit dans les relations entre v_{jet} et R , de même qu'entre R_1 et v_{jet} ; il y en a donc encore d'avantage entre R et R_1 .

De plus, si nous nous intéressons à la partie où la vitesse du jet croît avec la viscosité, nous voyons que la fonction f du nombre de Morton de l'équation (2.4) peut s'approximer par : $f(Mo) \sim Mo^{1/3}$. Par ailleurs, en figure 2.38 (b) nous traçons $Bo_1/Bo^{6/5}$ en fonction du nombre de Morton et nous trouvons alors $H(Mo)$, conformément à l'équation (2.7). Nous voyons que sur la gamme correspondant aux petits nombres de Morton, cette fonction H du Morton s'estime bien par : $H(Mo) \sim Mo^{-1/3}$.

Finalement, nous pouvons remonter à $G(Mo)$:

$$G(Mo) = H(Mo)f(Mo)^{6/5} \sim Mo^{-1/3} \times (Mo^{1/3})^{6/5} \sim Mo^{1/15}$$

. Sur la figure 2.37, nous avons vu que cette fonction G ne varie pratiquement pas avec le nombre de Morton pour cette gamme allant jusqu'à environ $2 \cdot 10^{-8}$, ce qui est totalement cohérent avec une dépendance en puissance $1/15$.

Pour conclure cette étude en loi d'échelle concernant la taille de la première goutte, nous pouvons ainsi décrire l'évolution du rayon de celle-ci soit en fonction de la vitesse du jet v_{jet} grâce à l'équation (2.4), soit en fonction de la taille de la bulle qui éclate et donne naissance au jet, au travers de l'équation (2.7).

2.4.4 Hauteur de la première goutte

Nous venons de caractériser entièrement l'éjection de la première goutte puisque nous connaissons désormais l'évolution de sa vitesse, au moment du détachement, et de sa taille initiale en fonction des différents paramètres du problème. Nous nous intéressons désormais à la hauteur atteinte par la goutte lors de son parcours au-dessus du liquide.

2.4.4.1 Hauteur de la première goutte pour de l'eau

À l'aide de deux caméras rapides, positionnées comme indiqué sur la photographie du montage en figure 2.1, nous avons pu mesurer les hauteurs atteintes par les différentes gouttes. Il est ici nécessaire d'utiliser deux caméras afin de bien capturer à la fois l'éjection des gouttes, qui doit être filmée de près et très rapidement (typiquement 10 000 à 100 000 images par secondes), et la trajectoire de ces gouttes, qui nécessite un champ de vision plus large et des vitesses d'acquisition plus faibles (typiquement 1 000 images par seconde).

La figure 2.39 présente la hauteur maximale H_1 atteinte par la première goutte en fonction de la taille de la bulle, pour nos expériences dans de l'eau déminéralisée ainsi que les résultats de Hayami [35] et de Blanchard [38]. Nous observons un bon accord entre ces trois études même si nos points sont légèrement en-dessous de ceux de ces deux auteurs. Cela peut notamment s'expliquer par le fait que nous représentons des moyennes correspondant à une douzaine d'expériences, alors que les techniques expérimentales employées par Hayami et Blanchard permettaient uniquement d'estimer le maximum de ces hauteurs maximales, obtenu sur un grand nombre d'expériences. En effet, pour expliquer cette variabilité de la hauteur, qui est d'ailleurs visible sur ce graphe dans les

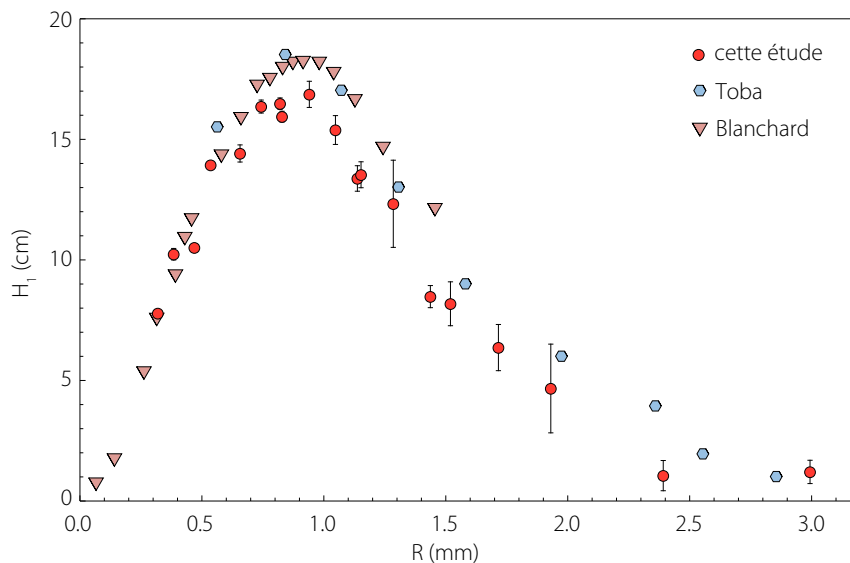


FIGURE 2.39: Hauteur maximale atteinte par la première goutte éjectée en fonction de la taille de la bulle dans de l'eau pour nos expériences ($T = 24.5^\circ\text{C}$) et comparaison avec les données issues de la bibliographie : Hayami [35] (hexagones bleus, $T = 30^\circ\text{C}$, eau de mer) et Blanchard [38] (triangles roses, $T = 22\text{-}26^\circ\text{C}$, eau de mer).

barres d'erreur des bulles les plus grosses de notre étude, nous nous rappelons que si les jets sont légèrement de travers, cela entraîne alors une taille de goutte et une vitesse d'éjection assez fluctuantes (cf. figure 2.30) et donc forcément une hauteur assez variable aussi.

Sur cette figure, nous observons que **la hauteur maximale atteinte par la goutte n'est pas une fonction monotone de la taille de la bulle**. En effet, à taille identique, plus les gouttes sont rapides et plus elles vont haut, ce qui favorise les gouttes issues des bulles les plus petites. Mais, plus les bulles sont petites et plus les gouttes sont fines, ce qui les rend plus sensibles à la friction de l'air lors de leur déplacement. En effet, la force de traînée est une force surfacique alors que l'inertie de la goutte est reliée à sa masse, donc à son volume. Ainsi, plus une goutte est petite et plus les frottements deviennent importants par rapport à l'inertie, à l'inverse d'une grosse goutte ayant la même vitesse initiale. Finalement, pour l'eau, il y a une taille optimale autour de $900\ \mu\text{m}$ pour laquelle la première goutte est éjectée à une hauteur maximale valant environ 18 cm.

2.4.4.2 Hauteur de la première goutte pour les solutions hydro-alcooliques

Nous avons montré dans les paragraphes précédents que lorsqu'une solution modélisant le champagne passe de 4°C à 20°C , à la fois la taille et la vitesse de la première goutte éjectée varient fortement. Ainsi, ce n'est pas surprenant de retrouver une forte influence de la température, via la viscosité, sur la hauteur atteinte par ces gouttes. La

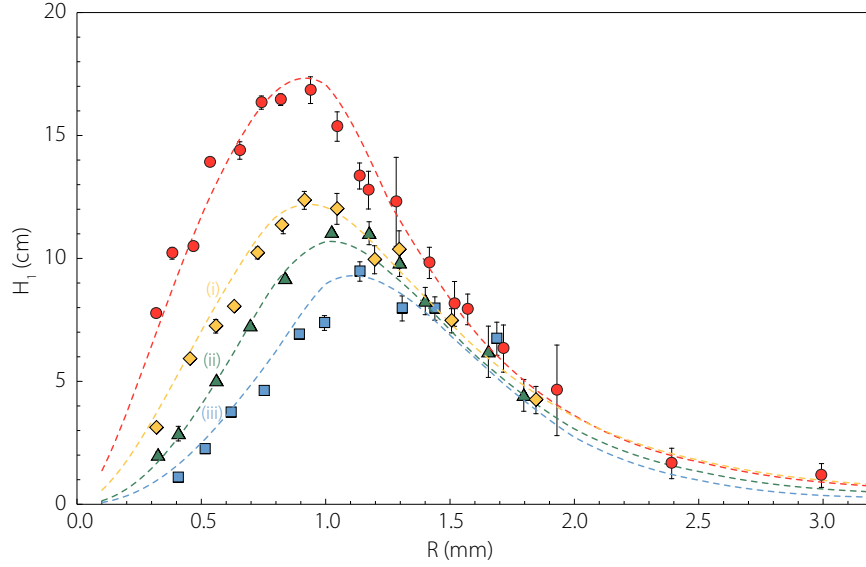


FIGURE 2.40: Hauteur atteinte par la première goutte en fonction du rayon de la bulle dont elle est issue pour l'eau et les solutions (i), (ii) et (iii). Plus la solution est visqueuse et plus la hauteur maximale est faible.

figure 2.40 présente la hauteur de la première goutte en fonction de la taille de la bulle pour nos trois solutions hydro-alcooliques, ainsi que pour l'eau. Nous observons, comme vu sur la figure précédente, que les courbes ont une forme de cloche. De plus, le maximum de chacune de ces courbes se décale vers les grandes tailles de bulles lorsque la viscosité augmente, et sa valeur diminue nettement. En travaillant avec de l'eau à 4°C, 16°C et 30°C, Hayami & Toba [35] avaient eux aussi observé le même effet de la température sur les hauteurs d'éjection. Ainsi, **bien que la baisse de température induit des gouttes plus rapides, en fin de compte la diminution encore plus importante de la taille de ces gouttes ne permet pas d'aboutir à des hauteurs d'éjection plus élevées**. Finalement, pour favoriser l'élévation des aérosols du champagne, il semble qu'il vaut mieux ne pas le servir trop froid !

Puisque nous avons au préalable caractérisé les vitesses et les tailles de ces gouttes en fonction du liquide employé, nous souhaitons maintenant calculer la trajectoire et la hauteur maximale de ces gouttes en intégrant le principe fondamental de la dynamique appliqué à la goutte en mouvement :

$$\frac{4}{3}\rho_{\text{liq}}\pi R_1^3 \frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{1}{2}\rho_{\text{air}}\pi R_1^2 \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 C_D - \frac{4}{3}\rho_{\text{liq}}\pi R_1^3 g \quad (2.8)$$

où z est la position de la goutte et C_D le coefficient de frottement qui dépend du nombre de Reynolds de la goutte en mouvement $Re = 2\rho_{\text{air}}v_1R_1/\mu_{\text{air}}$. Pour estimer C_D , nous faisons l'hypothèse que la goutte est semblable à une sphère dure de rayon constant R_1 et nous employons la forme approchée $C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15Re^{0.687})$ valable pour des

nombre de Reynolds inférieur à 800 [96]. En effet, dans cette étude, nous ne pouvons pas simplement utiliser la forme approchée du coefficient de traînée en $C_D = 24/Re$, valable pour les petits nombres de Reynolds. Sur la figure 2.41 nous constatons que vue la gamme de nombres de Reynolds mis en jeu ici ($Re < 100$) l'écart entre la droite correspondant à $24/Re$ (régime de Stokes) et la courbe réelle devient trop important.

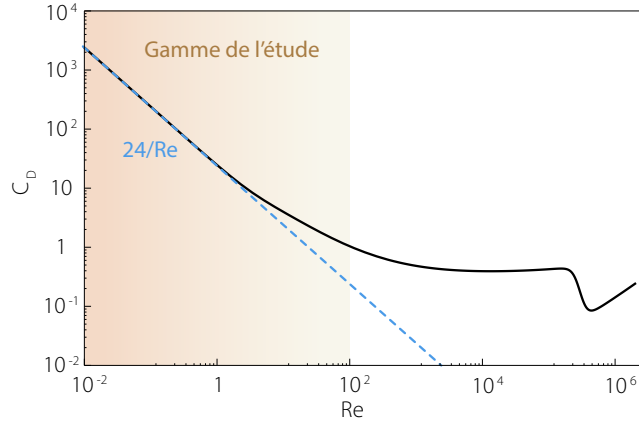


FIGURE 2.41: Coefficient de traînée d'une sphère dure en fonction du nombre de Reynolds $Re = \rho_{\text{air}} D_g v_g / \mu_{\text{air}}$ (courbe en noir) et approximation de cette relation pour les petits nombres de Reynolds (en pointillés) en $24/Re$. Les nombres de Reynolds de nos données sont compris entre 0 et 100, donc nous ne pouvons pas prendre cette formule simplifiée valable pour des nombres de Reynolds inférieurs à 1. Nous employons ici une formule approchée [96] donnée par $C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687})$ valable pour $Re < 800$.

À l'aide de Mathematica, nous résolvons numériquement cette équation en prenant comme condition initiale $\frac{dz}{dt} = v(R_1)$, déterminée auparavant. Nous obtenons alors les courbes en pointillées sur la figure 2.40, qui décrivent très bien nos données. Soulignons le fait qu'il n'y a aucun paramètre ajustable dans cette résolution. Ainsi, notre description de la goutte durant son ascension est correcte : elle peut être approximée par une sphère dure de rayon constant. Cela signifie que d'une part que les oscillations qu'elle subit, et qui l'écarte donc d'une forme sphérique, juste après son détachement n'influence par réellement le coefficient de traînée, et d'autre part cela veut dire que le rayon de la goutte est bien constant pendant son ascension jusqu'à H_1 . L'évaporation de la goutte durant cette phase ne change donc pas significativement le rayon de celle-ci.

Pour aller plus loin, nous pouvons tracer la trajectoire entière de la goutte en fonction du temps. La figure 2.42 montre l'allure des trajectoires mesurées pour (a) une grosse goutte peu rapide, (b) une goutte de taille et de vitesse moyennes et (c) une petite goutte rapide. Les points gris sont des points expérimentaux tandis que les courbes en traits pleins sont issues de la résolution numérique de l'équation (2.8). Celles-ci sont obtenues sans paramètre ajustable et avec des valeurs de la taille et de la vitesse de chaque goutte qui rentrent bien dans les barres d'erreur expérimentales. Nous constatons sur ces trois courbes que **la forme de la trajectoire est très différente selon la vitesse**

et la **taille initiale de la goutte** et que la courbe théorique décrit parfaitement les données expérimentales sur toute la durée de vol des deux plus grosses gouttes.

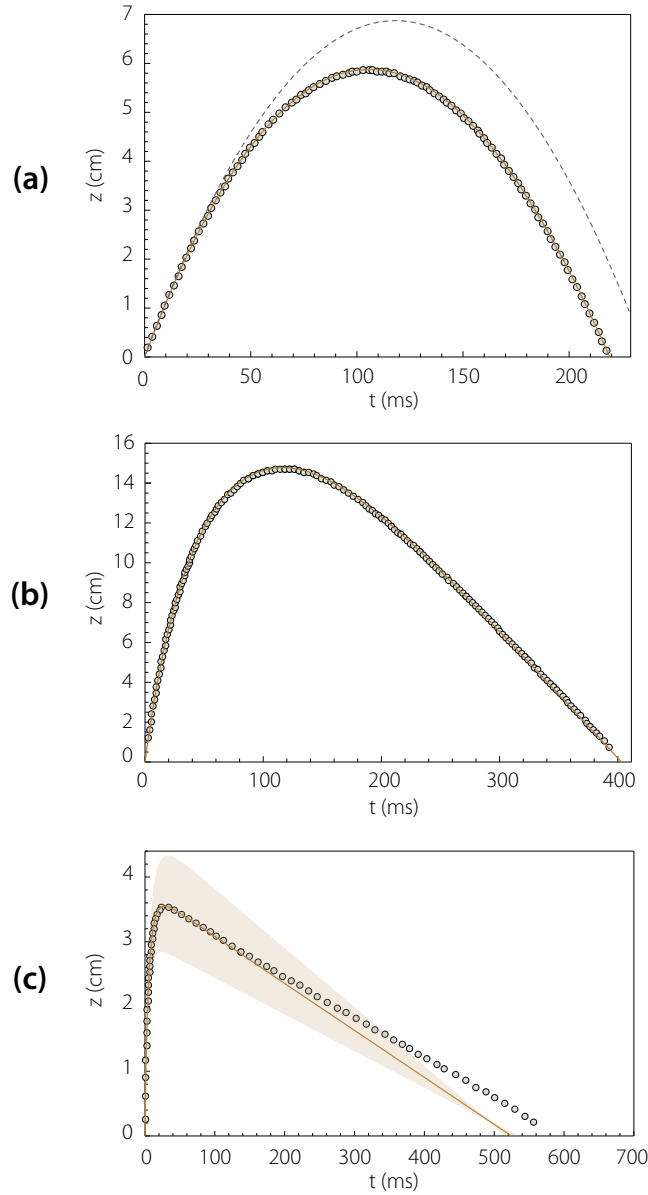


FIGURE 2.42: Hauteur z de la goutte en mouvement en fonction du temps pour trois gouttes de taille et de vitesse initiales différentes. Les courbes en traits pleins correspondent aux trajectoires obtenues en résolvant numériquement l'équation (2.8) avec Mathematica. Les valeurs de vitesses et de tailles de gouttes initiales utilisées pour la résolution rentrent bien dans nos barres d'erreur expérimentales et il n'y a pas de paramètre ajustable. (a) $R_1 = 307 \mu\text{m}$ et $v_1 = 1.16 \text{ m.s}^{-1}$, (b) $R_1 = 92 \mu\text{m}$ et $v_1 = 4.50 \text{ m.s}^{-1}$ et (c) $R_1 = 24.1 \mu\text{m}$ et $v_1 = 8.30 \text{ m.s}^{-1}$. Pour le (a), la courbes en pointillée représente la trajectoire de chute libre $z(t) = v_0 t - 1/2 g t^2$. Pour le (c), la zone grisée représente la barre d'erreur obtenue en calculant la trajectoire de deux gouttes telles que $v_1 = 8.30 \text{ m.s}^{-1}$ et $R_{1,-} = 21.1 \mu\text{m}$ et $R_{1,+} = 27.1 \mu\text{m}$.

En effet, la première courbe correspond à la trajectoire d'une grosse goutte : elle est assez semblable à celle d'une parabole de chute libre en $z(t) = v_0 t - 1/2 g t^2$, représentée en pointillée. Cela signifie que l'inertie de la goutte domine les frottements de l'air dans

l'équation (2.8). En revanche, pour les gouttes les plus petites, telles que celle de la figure 2.42 (c), la trajectoire est très différente puisqu'elle est très asymétrique. À la montée, la goutte part très vite et atteint rapidement le sommet de sa trajectoire. Ensuite, elle amorce sa descente en partant donc d'une vitesse nulle : le nombre de Reynolds associé est alors très faible, puisque le rayon est également très petit, et ainsi la goutte évolue dans le régime visqueux de Stokes, où $C_D = 24/\text{Re}$, et où l'inertie est négligeable par rapport à ces frottements de l'air. Ainsi, la goutte descend pratiquement à vitesse constante, comme nous le constatons sur la figure 2.42 (c). De plus, cette vitesse de chute est considérablement plus faible que celle de la montée. Ainsi, même si cette petite goutte va moins haut, elle passe presque trois fois plus de temps en l'air que la grosse goutte.

Finalement, les grosses gouttes évoluent dans un régime principalement inertiel, puisque leur trajectoire est proche d'une parabole, alors que les petites gouttes passent la majorité de leur temps de vol dans un régime visqueux, à vitesse constante. Même si les gouttes les plus petites sont les plus rapides cela ne suffit pas à compenser leurs petites tailles : c'est au final les frottements de l'air, force surfacique, qui l'emporte sur l'inertie, force volumique pour ces petites gouttes. Dans le cas de gouttes de taille et de vitesse intermédiaires, la trajectoire observée est à mi-chemin entre ces deux comportements comme le prouve la figure 2.42 (b).

Par ailleurs, nous constatons que la trajectoire obtenue par résolution numérique de l'équation (2.8) dans le cas de la plus petite de ces trois gouttes décrit très bien la montée de la goutte mais s'en éloigne lors de sa descente. Même en jouant sur les barres d'erreur expérimentales de taille de goutte et de vitesse d'éjection, la trajectoire ainsi tracée ne correspond pas aux points expérimentaux lors de la chute de la goutte. En effet, nous voyons grâce à la zone colorée qu'un petit changement de rayon de goutte n'influence pas significativement la durée de chute de la goutte, mais change en revanche assez fortement la hauteur maximale⁵. Ainsi, nous pouvons penser, pour expliquer cet écart, que la goutte s'évapore pendant son temps de vol. En effet, si la goutte perd du volume pendant sa descente, alors sa vitesse est ralentie et son temps de vol devient plus grand. Il semblerait donc que l'évaporation des gouttes ne soit pas visible pendant la phase d'ascension de la goutte, puisque les hauteurs mesurées expérimentalement et calculées numériquement en figure 2.40 sont en très bon accord. En revanche, il semblerait qu'il devienne observable pendant la descente, notamment pour les plus petites gouttes. En effet, leur temps de vol effectif étant supérieur à celui prévu dans le cas d'une sphère de taille constante, cela leur laisse plus de temps pour s'évaporer.

5. Les barres d'erreur réalisées sur la vitesse de la goutte ne changent pas non plus réellement cette durée de vol.

2.5 Modèle d'évaporation

Nous venons de caractériser entièrement la première goutte éjectée par les jets créés lors de l'éclatement de petites bulles. Nous avons vu notamment qu'il existe une taille optimale de bulle dans chaque liquide pour maximiser la hauteur d'éjection de cette goutte. Nous venons aussi de constater que le temps passé dans les airs n'augmente pas forcément avec la hauteur atteinte, puisque par exemple la petite goutte de la figure 2.42 (c) va moins haut que les deux autres gouttes plus grosses mais que son temps de vol est supérieur. De plus, la vitesse de toutes ces gouttes peut varier fortement pendant leur ascension ou leur descente, ce qui change alors la rapidité à laquelle elles s'évaporent. Il est donc intéressant de continuer cette étude en évaluant l'évaporation que subit une goutte pendant son parcours dans les airs pour déterminer si ce sont finalement les gouttes qui vont le plus haut, celles qui vont le plus vite ou celles qui passent le plus longtemps en l'air qui s'évaporent le plus fortement.

2.5.1 Modèle pour l'évaporation d'une goutte

Dans cette partie, nous allons présenter des modèles simples décrivant d'abord l'évaporation d'une goutte immobile, puis d'une goutte en mouvement. Dans les deux cas, la goutte est considérée comme isolée. Dans les études concernant des sprays, comme par exemple lors de l'atomisation de carburant dans la chambre de combustion d'un moteur, les gouttes sont très nombreuses et très proches les unes des autres, ce qui rendrait cette hypothèse complètement fautive. Dans le cas de nos expériences qui modélisent le champagne, les bulles éclatent les unes après les autres à la surface du liquide en produisant environ une à quinze gouttelettes qui ont des vitesses et des trajectoires bien différentes les unes des autres. Ainsi, considérer que chaque goutte est isolée semble réaliste ici. Bien sûr, dans le cas du vrai champagne, cette hypothèse est sûrement un peu forte, puisque environ 300 bulles éclatent par seconde au début du pétilllement. Cependant, ce cas reste encore bien distinct de celui des sprays, bien plus denses, et ainsi n'est peut être pas si irréaliste.

Nous utilisons donc le modèle de la goutte isolée en mouvement pour décrire l'évaporation dans nos expériences. Nous comparons les résultats de ce modèle à nos données expérimentales susceptibles d'être influencées par l'évaporation comme par exemple le temps passé en vol des gouttes et les trajectoires de nos gouttes.

2.5.1.1 Modèle pour l'évaporation d'une goutte statique

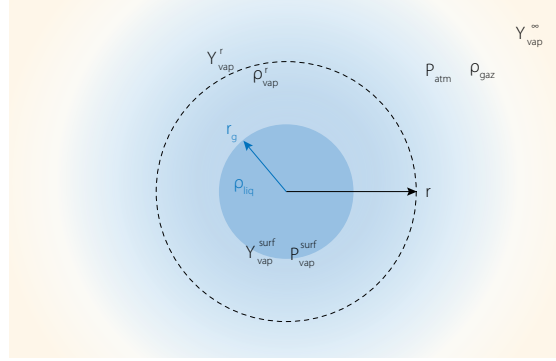


FIGURE 2.43: Schéma d'une goutte immobile qui s'évapore. La fraction massique de vapeur est $Y_{\text{vap}} = \rho_{\text{vap}}/\rho_{\text{gaz}}$.

Dans ce paragraphe, nous allons établir la loi classique dite du « D2 » qui régit l'évaporation d'une goutte isolée, sphérique et immobile, dans un gaz incompressible. Elle suppose que le transfert de masse et le flux de chaleur soient en évolutions quasi-statiques. Cette loi a été établie grâce aux travaux de Maxwell et de Langmuir [97, 98], puis vérifiée expérimentalement [99]. Des auteurs tel que Spalding [100] ont repris ces résultats pour l'étude de la combustion de carburant dans les moteurs. Par ailleurs, d'autres auteurs, comme par exemple Cachile *et al.* ou encore Shahidzadeh-Bonn *et al.* [101, 102], ont adapté ces résultats au cas de gouttes immobiles posées sur un substrat solide : le rayon de la goutte suit aussi une loi en « D2 » dans ce cas-là.

Nous commençons par écrire l'équation de convection-diffusion pour faire un bilan de masse de la vapeur :

$$\text{div}(\rho_{\text{vap}} \vec{v}) = -\text{div}(\vec{j}_{\text{vap}}) \quad (2.9)$$

où \vec{j}_{vap} est le flux de masse volumique de vapeur qui est donné par la loi de Fick : $\vec{j}_{\text{vap}} = -D \overrightarrow{\text{grad}}(\rho_{\text{vap}})$ et où D est le coefficient de diffusion massique de la vapeur considérée. Le terme non-stationnaire dans l'équation de convection-diffusion n'est pas présent car nous travaillons dans des conditions quasi-stationnaires. La vitesse \vec{v} dans le gaz est due à l'écoulement de Stefan. Celui-ci a pour origine l'éjection de vapeur à la surface de la goutte, ce qui crée une vitesse radiale du gaz aux abords de la goutte.

Grâce à la définition de la fraction massique de vapeur $Y_{\text{vap}} = \rho_{\text{vap}}/\rho_{\text{gaz}}$, nous remplaçons la masse volumique de la vapeur ρ_{vap} dans l'expression précédente puis nous intégrons ce flux à travers une sphère de rayon r en faisant l'hypothèse que $\rho_{\text{gaz}} = \text{cst}$. Après une intégration sur r , cela nous donne :

$$4\pi r^2 \rho_{\text{gaz}} v Y_{\text{vap}} - 4\pi r^2 D \rho \frac{dY_{\text{vap}}}{dr} = \text{cst} = \dot{m} \quad (2.10)$$

En effet, la constante d'intégration de l'équation précédente vaut bien \dot{m} , le flux total de vapeur à travers la sphère de rayon r puisque le premier terme représente la partie convective de ce flux tandis que le second terme est le flux diffusif. Par ailleurs, puisque le gaz est supposé incompressible, nous avons : $\text{div}(\rho_{\text{gaz}} \vec{v}) = 0$. Après intégration sur une sphère de rayon r , cela donne : $4\pi r^2 \rho_{\text{gaz}} v = \text{cst} = \dot{m}$ puisque la variation de masse du gaz est due à la vapeur éjectée par la goutte. Finalement :

$$\dot{m} = \dot{m} Y_{\text{vap}} - 4\pi r^2 D \rho_{\text{gaz}} \frac{dY_{\text{vap}}}{dr} \quad (2.11)$$

En intégrant l'équation précédente en partant de la goutte jusqu'à l'infini, nous obtenons :

$$\dot{m} = 4\pi D \rho_{\text{gaz}} r_g \ln(B_M + 1) \quad (2.12)$$

où $B_M = \frac{Y_{\text{vap}}^{\text{surf}} - Y_{\text{vap}}^{\infty}}{1 - Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}}$ est le paramètre de transfert massique de Spalding.

Par ailleurs, le flux de vapeur à travers la sphère de rayon r_g n'est rien d'autre que la variation de masse de la goutte par unité de temps :

$$\dot{m} = -4\pi \rho_{\text{liq}} r_g^2 \frac{dr_g}{dt} = -2\pi \rho_{\text{liq}} r_g \frac{dr_g^2}{dt} \quad (2.13)$$

Finalement, en combinant ces deux dernières équations, nous arrivons à l'expression suivante :

$$\frac{dr_g^2}{dt} = -2 \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{liq}}} D \ln(B_M + 1) \quad (2.14)$$

qui donne après intégration **la loi du « D2 »** :

$$r_g^2 = r_0^2 - 2 \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{liq}}} D \ln(B_M + 1) t \quad (2.15)$$

Ainsi, pour connaître l'évolution temporelle du rayon d'une goutte immobile et isolée, il ne reste plus qu'à calculer le nombre de Spalding B_M , c'est à dire à évaluer la valeur de $Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}$. Nous verrons dans le paragraphe 2.5.1.3 comment le calculer.

2.5.1.2 Modèle pour l'évaporation d'une goutte en mouvement

Si nous souhaitons maintenant évaluer l'évaporation subie par les gouttes de nos expériences, nous devons alors prendre en compte le mouvement de celles-ci. En effet, **le mouvement de la goutte crée une couche limite de diffusion à sa surface et l'évaporation est plus rapide que dans le cas statique**. En effet, l'établissement d'un gradient de concentration en vapeur entre r_g et $r_g + \delta_M$, avec δ_M l'épaisseur de la

couche limite (cf. figure 2.44), plutôt qu'entre r_g et l'infini dans le cas statique, favorise l'évaporation.

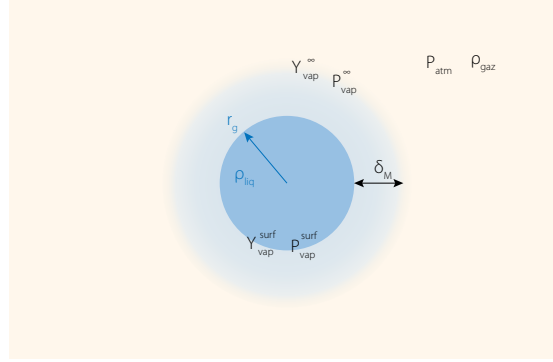


FIGURE 2.44: Schéma d'une goutte en mouvement qui s'évapore. Du fait de son mouvement, une couche limite de diffusion est créée, ce qui accélère l'évaporation grâce à des gradients de concentration de vapeur plus forts.

Pour adapter la loi du « D2 » au cas d'une goutte en mouvement, nous nous appuyons sur la revue de Sirignano [103]. Dans ce modèle, la goutte est toujours isolée et sphérique dans un gaz incompressible et, comme précédemment, le transfert de masse et le flux de chaleur sont quasi-statiques. La température de la goutte est supposée uniforme, mais elle peut varier temporellement.

Pour adapter les résultats du paragraphe précédent, il suffit d'intégrer l'équation (2.11) non plus entre r_g et l'infini mais entre r_g et $r_g + \delta_M$. Nous obtenons alors :

$$\dot{m} = 4\pi D \rho_{\text{gaz}} r_g \left(\frac{r_g}{\delta_M} + 1 \right) \ln(B_M + 1) \quad (2.16)$$

Il ne nous reste alors plus qu'à remplacer δ_M par son expression en fonction de la vitesse de la goutte. Ranz et Marshall [104] donnent la forme empirique suivante pour l'épaisseur de la couche limite autour d'une sphère dure en mouvement : $\delta_M = r_g / 0.3 Sc^{1/3} Re^{1/2}$ où $Re = 2v r_g / \nu_{\text{air}}$ est le nombre de Reynolds de la goutte et $Sc = \nu_{\text{air}} / D$ est le nombre de Schmidt. Cette forme ne prend pas en compte l'écoulement de Stefan créé par l'éjection de la vapeur à la surface de la goutte. Pour inclure cet effet, qui crée un décollement de la couche limite, il faut prendre l'expression suivante pour l'épaisseur de la couche limite : $r_g / \delta_M = 0.3 Sc^{1/3} Re^{1/2} / F(B_M)$, où $F(B_M) = \ln(1 + B_M) / B_M (1 + B_M)^{0.7}$.

Finalement, en prenant cette expression de l'épaisseur de la couche limite et en combinant cela avec les équations (2.16) et (2.13), nous obtenons la loi donnant l'évolution du rayon d'une goutte en mouvement qui s'évapore :

$$\frac{dr_g^2}{dt} = -2 \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{liq}}} D \left(1 + \frac{0.3 Sc^{1/3} Re(t)^{1/2}}{F(B_M)} \right) \ln(B_M + 1) \quad (2.17)$$

2.5.1.3 Calcul du nombre de Spalding

Afin de pouvoir résoudre numériquement l'équation (2.17), nous devons d'abord établir l'expression du nombre de Spalding en fonction des paramètres du problème. Nous cherchons donc à déterminer $Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}$, la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte. Y_{vap}^{∞} , la fraction massique de vapeur à l'infini est, quant à elle, donnée par les conditions initiales via le pourcentage d'humidité relative, dans le cas de l'évaporation de l'eau, ou bien vaut simplement 0 dans le cas d'autres espèces chimiques telles que l'éthanol qui ne sont a priori pas présentes dans l'air de la pièce initialement.

Pour calculer $Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}$, nous partons de sa définition et nous utilisons la **loi des gaz parfaits** pour déterminer les masses volumiques : $\rho_i = M_{\text{mol}}^i n_i / V = M_{\text{mol}}^i P_i / \mathcal{R}T$. D'où :

$$Y_{\text{vap}}^{\text{surf}} = \frac{M_{\text{mol}}^{\text{vap}} P_{\text{vap}}^{\text{surf}}}{M_{\text{mol}}^{\text{gaz}} P_{\text{atm}}} \quad (2.18)$$

où M_{mol}^i est la masse molaire de l'espèce i . En remplaçant $M_{\text{mol}}^{\text{gaz}} = \frac{P_{\text{vap}}^{\text{surf}}}{P_{\text{atm}}} M_{\text{mol}}^{\text{vap}} + \frac{P_{\text{atm}} - P_{\text{vap}}^{\text{surf}}}{P_{\text{atm}}} M_{\text{mol}}^{\text{air}}$, nous obtenons :

$$Y_{\text{vap}}^{\text{surf}} = \left[1 + \left(\frac{P_{\text{atm}}}{P_{\text{vap}}^{\text{surf}}} - 1 \right) \frac{M_{\text{mol}}^{\text{air}}}{M_{\text{mol}}^{\text{vap}}} \right]^{-1} \quad (2.19)$$

Puisque l'évolution de la surface de la goutte est supposée quasi-statique, la pression partielle en vapeur à la surface de la goutte $P_{\text{vap}}^{\text{surf}}$ est égale à la pression de vapeur saturante. Celle-ci est alors déterminée à l'aide de la **relation de Clausius-Clapeyron** :

$$\frac{P_{\text{vap}}^{\text{surf}}}{P_0} = \exp \left[\frac{L_v M_{\text{mol}}^{\text{vap}}}{\mathcal{R}} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T^{\text{surf}}} \right) \right] \quad (2.20)$$

avec L_v la chaleur latente d'évaporation, T_0 la température d'ébullition du composé à évaporer à une pression donnée P_0 et \mathcal{R} la constante des gaz parfaits.

Pour finir de déterminer le nombre de Spalding, il nous reste alors à établir la loi suivie par la température à la surface de la goutte T^{surf} . Pour cela, nous écrivons l'équation de **convection-diffusion appliquée à la température du gaz** $T(r)$:

$$\text{div}(\vec{v}T) = -\frac{1}{\rho_{\text{gaz}} C_p^{\text{gaz}}} \text{div}(\vec{j}_{\text{cal}}) \quad (2.21)$$

où \vec{j}_{cal} est le flux de chaleur. D'après la loi de Fourier, celui-ci vaut : $\vec{j}_{\text{cal}} = \lambda \overrightarrow{\text{grad}}(T)$, où λ est la conductivité thermique du gaz et C_p^{gaz} est la chaleur spécifique du gaz. En remplaçant ce flux dans l'équation précédente, après intégration du flux à travers une

sphère de rayon r puis une intégration sur r , nous obtenons :

$$4\pi\lambda r^2 \frac{dT}{dr} - 4\pi r^2 v \rho_{\text{gaz}} C_p^{\text{gaz}} T = cst \quad (2.22)$$

Pour déterminer cette constante, nous pouvons nous placer en $r = r_g$ et évaluer le terme source dû à l'évaporation à la surface de la goutte. À la surface de la goutte, il y a un transfert de chaleur du gaz vers le liquide qui vaut $\dot{m} C_p^{\text{liq}} (T^{\text{surf}} - T^{\text{liq}})$ et il y a aussi un transfert de chaleur lié à l'évaporation : $\dot{m} L_v$, où L_v est la chaleur latente d'évaporation de la vapeur considérée, T^{surf} est la température du gaz à la surface de la goutte et T^{liq} est la température de la goutte. En notant $L_{vc} = C_p^{\text{liq}} (T^{\text{surf}} - T^{\text{liq}}) + L_v$ la chaleur latente effective, le flux de chaleur à la surface de la goutte vaut alors :

$$4\pi r_g^2 \lambda \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r=r_g} = \dot{m} L_{vc} \quad (2.23)$$

Finalement, si nous prenons l'équation (2.22) appliqué en $r = r_g$ et que nous la combinons avec l'équation précédente, nous trouvons alors l'expression de la constante. Ainsi, en remplaçant $4\pi r^2 v \rho_{\text{gaz}}$ par \dot{m} , l'équation (2.22) devient :

$$4\pi r_g^2 \lambda \frac{dT}{dr} - \dot{m} C_p^{\text{gaz}} T = \dot{m} (L_{vc} - C_p^{\text{gaz}} T^{\text{surf}}) \quad (2.24)$$

Nous intégrons ensuite cette équation en partant de la surface de la goutte jusqu'à la fin de la couche limite, ce qui donne :

$$\dot{m} = 4\pi \frac{\lambda}{C_p^{\text{gaz}}} r_g \left(\frac{r_g}{\delta_M} + 1 \right) \ln(B_T + 1) \quad (2.25)$$

où B_T est le paramètre de transfert thermique de Spalding $B_T = \frac{C_p^{\text{gaz}}}{L_{vc}} (T^\infty - T^{\text{surf}})$ et T^∞ est la température du gaz au delà de la couche limite.

En égalisant les équations (2.16) et (2.25), nous obtenons la relation entre les paramètres de Spalding thermique et massique :

$$B_M + 1 = (B_T + 1)^{Le}$$

où Le est le nombre de Lewis égal au rapport des coefficients de diffusion thermique et massique du gaz : $Le = \lambda / C_p^{\text{gaz}} D$. Cela nous donne finalement la relation entre la fraction massique de vapeur à la surface de la goutte et la température en surface de cette goutte :

$$\frac{1 - Y_{\text{vap}}^\infty}{1 - Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}} = \left[\frac{(T^\infty - T^{\text{surf}}) C_p^{\text{gaz}}}{(T^{\text{surf}} - T^{\text{liq}}) C_p^{\text{liq}} + L_v} + 1 \right]^{Le} \quad (2.26)$$

Remarquons que pour l'eau, le nombre de Lewis est très proche de 1, ce qui simplifie l'équation précédente puisque dans ce cas $B_M = B_T$.

Finalement, nous avons établi trois équations (2.19), (2.20) et (2.26) à trois inconnues ($Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}$, T^{surf} et $P_{\text{vap}}^{\text{surf}}$) qui permettent de connaître entièrement notre système.

2.5.2 Résultats

2.5.2.1 Résolution des équations

Nous venons de voir que grâce à un système de trois équations à trois inconnues, nous sommes capable de déterminer la fraction massique en vapeur à la surface de la goutte. En utilisant cette valeur, nous pouvons alors résoudre le système composé de l'équation (2.16) et de l'équation (2.8), ce qui permet alors de connaître la variation du rayon d'une goutte pendant son évaporation et notamment la quantité de liquide évaporée. Tous nos résultats numériques ci-dessous ont été obtenus en prenant comme condition à l'infini une humidité relative de 80 % car nous travaillons au-dessus d'une surface de 20 cm × 20 cm de liquide en évaporation, ce qui rend l'air au-dessus de l'aquarium (à l'infini donc) probablement très humide. La température à l'infini a été prise égale à 20°C et la pression atmosphérique à 10^5 Pa. La chaleur spécifique du gaz, composé d'air à 20°C à 50 %HR, a été calculé selon la formule $C_p^{\text{gaz}} = 1005 + 1.82H$ J.kg⁻¹.K⁻¹ où H est l'humidité absolue, soit la fraction massique d'eau dans l'air, qui vaut 0.87 % à 50 % d'humidité relative. Cela donne : $C_p^{\text{gaz}} = 1021$ J.kg⁻¹.K⁻¹.

Nous nous intéressons aux résultats concernant la première goutte éjectée, dans les solutions hydro-alcooliques (solution (i) à (iii)) et nous utilisons donc comme conditions initiales pour la résolution de ces deux équations les valeurs expérimentales de vitesse et de taille d'éjection de la première goutte : $r_g(0) = R_1$ et $\frac{dr_g}{dt}(0) = v_1$. Dans le cas de ces expériences, le liquide n'est pas pur car il est composé d'eau, d'éthanol et d'un peu de glycérol. Une façon très simplifiée de prendre en compte les différents composants est de calculer la masse qu'ils évaporent puis de sommer toutes ces contributions à la fin. Pour un résultat plus exact, il faudrait en fait prendre en compte la variation de concentration de chacune des espèces chimiques dans la composition de la goutte en fonction du temps. En effet, certains composés s'évaporent plus vite que d'autres, ce qui fait varier leur concentration dans la phase liquide au fur et à mesure de l'expérience. Cependant, nous nous intéressons ici à l'évaporation d'assez grosses gouttes, sur un temps relativement court durant lequel elles n'ont pas le temps de changer fortement de rayon avant de retomber dans le liquide. En effet, nous avons notamment remarqué sur les deux plus grosses gouttes de la figure 2.42 que la prise en compte ou non de l'évaporation

ne change pas la trajectoire de ces deux gouttes. Ainsi, nous pouvons supposer que la concentration des différentes espèces chimiques dans la goutte n'a pas le temps de changer de façon significative et que finalement prendre la somme de l'évaporation de chaque espèce chimique, pondérée par son pourcentage dans le mélange (typiquement 10 % d'éthanol et 90 % d'eau), est un bon moyen d'approximer facilement l'évaporation subie par nos gouttes.

Par ailleurs, nous avons écrit toutes les équations ci-dessus en prenant en compte l'écoulement de Stefan, dû à l'éjection de la vapeur à la surface de la goutte, mais nous pouvons aussi bien le négliger dans ce cas. En effet, si nous le considérons comme nul, l'équation (2.16) est modifiée de la façon suivante : le terme en $\ln(B_M + 1)$ devient simplement $Y_{\text{vap}}^{\text{surf}} - Y_{\text{vap}}^{\infty}$. De plus, il n'est plus nécessaire dans ce cas de prendre en compte la fonction $f(B_M)$ dans l'expression de l'épaisseur de la couche limite. Nous avons donc testé ces deux cas (avec et sans écoulement de Stefan), et nous constatons que la différence est minime. Finalement, l'écoulement de Stefan a une très faible influence dans nos conditions expérimentales, ce qui nous pousse à le négliger.

2.5.2.2 Modification du rayon de la goutte et de sa trajectoire

Nous avons vu sur la figure 2.42 (c) que pour la plus petite des gouttes présentées, la trajectoire calculée sans évaporation décrivait bien la montée de la goutte mais s'éloignait des points expérimentaux lors de la chute de la goutte. Nous avons donc recalculé la trajectoire de cette goutte grâce à la résolution couplée du principe fondamental de la dynamique (équation (2.8)) et de l'équation d'évaporation d'une goutte en mouvement (équation (2.16)). En prenant exactement les mêmes valeurs de vitesse et de taille initiales que précédemment, sans évaporation, nous obtenons alors la courbe en rouge sur la figure 2.45 de la colonne (a) à la première ligne. La zone colorée représente quant à elle l'erreur commise en prenant une goutte plus grosse ou plus petite de trois microns. La courbe en marron montre la trajectoire calculée sans évaporation et les points en gris sont nos points expérimentaux.

Nous constatons alors que **cette nouvelle courbe avec évaporation décrit bien mieux notre trajectoire expérimentale**. Nous voyons que lors de la montée de la goutte, l'évaporation ne modifie pas la trajectoire, puisque les courbes avec et sans évaporation sont superposées. En effet, la montée a lieu sur une très courte durée, de l'ordre de 30 ms, ce qui laisse peu de temps à la goutte pour s'évaporer. Bien que sur cette phase la vitesse de la goutte soit maximale, ce qui rend l'évaporation plus rapide car la couche limite est plus fine et les gradients de concentration sont plus élevés, l'évaporation totale n'y est pas très importante car la montée est de trop courte durée. La seconde

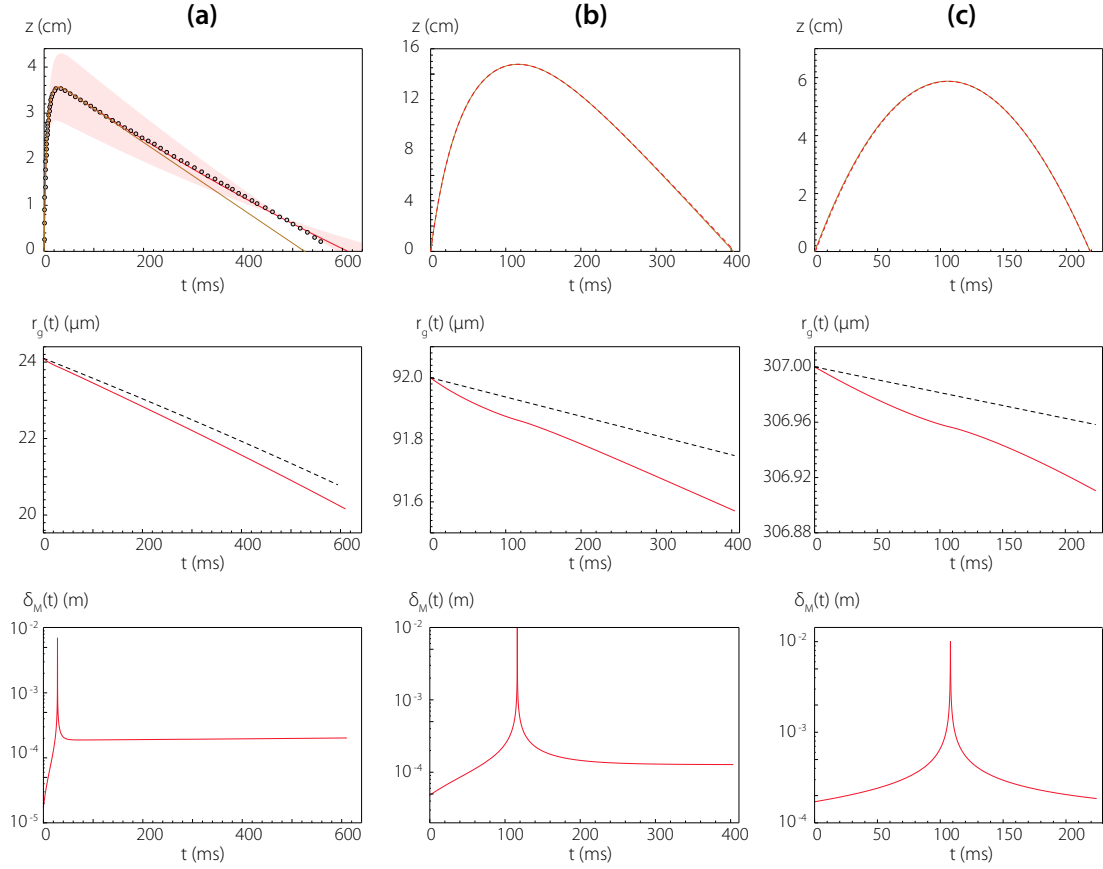


FIGURE 2.45: Première ligne : trajectoires $z(t)$ avec évaporation via la résolution numérique de (2.8) et (2.17) (courbes rouges), et trajectoires calculées précédemment sans évaporation (courbes marrons). Seconde ligne : $r_g(t)$ obtenu pour une goutte en mouvement en intégrant l'équation (2.17) (courbes rouges) et $r_g(t)$ obtenu pour une goutte en immobile en intégrant l'équation (2.14) (pointillés noirs). Troisième ligne : épaisseur de la couche limite δ_M de la goutte en mouvement en fonction du temps. Comme précédemment, (a) $R_1 = 4.1\mu\text{m}$ et $v_1 = 8.30 \text{ m.s}^{-1}$. Zone colorée : barre d'erreur obtenue en calculant la trajectoire avec évaporation de deux gouttes telles que $v_1 = 8.30$, mais avec $R_1 = 21.1\mu\text{m}$ et $R_1 = 27.1\mu\text{m}$. (b) $R_1 = 92\mu\text{m}$ et $v_1 = 4.50 \text{ m.s}^{-1}$. (c) $R_1 = 307\mu\text{m}$ et $v_1 = 1.16 \text{ m.s}^{-1}$.

phase, c'est à dire la descente de la goutte, dure quant à elle environ 550 ms, soit plus de dix fois supérieur au temps de la montée. Bien qu'elle se fasse à vitesse plus lente, ce qui diminue le taux d'évaporation, cette descente dure suffisamment longtemps pour que les effets de l'évaporation commencent à se faire sentir : la trajectoire avec évaporation décrit une chute plus lente que celle sans évaporation. Cela s'explique facilement par le fait que la vitesse de la goutte lors de la chute est décrite par le régime visqueux de Stokes où la vitesse est proportionnelle à la taille de la goutte, ainsi, plus la goutte s'évapore et plus elle ralentit. Nous observons aussi que le temps total passé dans les airs par cette goutte, son temps de vol, est nettement rallongé de 520 ms à environ 600 ms.

Finalement, notre modèle simple d'évaporation permet de bien décrire l'évaporation de cette petite goutte sur la majorité de son temps de vol. Nous voyons cependant que la trajectoire expérimentale et la trajectoire calculée avec l'évaporation correspondent

moins bien vers la fin de la chute. Nous pouvons supposer que l'air juste au-dessus de l'aquarium est légèrement plus saturé en vapeur que celui situé quelque centimètres plus haut, à cause de l'évaporation à la surface de l'aquarium. Ainsi, les conditions à l'infini, c'est à dire hors de la couche limite, pourraient être un peu différentes et rendre l'évaporation un peu moins efficace, d'où une moins grande perte en terme de rayon et donc une chute plus rapide. On pourrait également expliquer ce phénomène par la possible présence de courants d'air dans la salle d'expérience.

Par ailleurs, nous présentons sur la première ligne de cette même figure 2.45 les trajectoires obtenues pour les deux autres gouttes, plus grosses, de la figure 2.42. Nous constatons que les trajectoires avec et sans évaporation sont complètement confondues, et cohérentes avec les points expérimentaux (cf. figure 2.42 (a) et (b)). Cela s'explique simplement en regardant les courbes en rouge de la seconde ligne de la figure 2.45 qui présentent l'évolution du rayon de la goutte en fonction du temps. Nous remarquons que la goutte la plus petite, sur laquelle la différence de trajectoire avec et sans évaporation est bien visible, perd environ $4\text{ }\mu\text{m}$ de rayon pour un rayon initial de $24\text{ }\mu\text{m}$ alors que les deux autres gouttes de $92\text{ }\mu\text{m}$ et $307\text{ }\mu\text{m}$ de rayon perdent à peine $0.5\text{ }\mu\text{m}$, ce qui influence très peu la trajectoire réelle. En terme de volume total de la goutte, cela représente 41.4% pour la petite goutte, contre seulement 1.4% et 8.7% pour les deux plus grosses gouttes.

Sur les figures de la seconde ligne, les courbes en pointillés noirs représentent l'évolution du rayon d'une goutte de même taille immobile. Nous voyons que **la prise en compte de la vitesse de la goutte, via l'introduction de la couche limite de diffusion dans nos calculs, modifie bien la vitesse d'évaporation de la goutte.** En effet, la pente de la courbe $r_g(t)$ en fonction du temps est plus importante sur les courbes en rouge. La couche limite, représentée sur la troisième ligne de la figure 2.45, est donc bien à prendre en compte dans ce problème. Nous notons que l'épaisseur de la couche limite est la plupart du temps inférieure à $500\text{ }\mu\text{m}$, ce qui justifie l'hypothèse de gouttes isolées les unes des autres lors de l'éclatement d'une bulle. Sur chacune de ces courbes, nous voyons que la couche limite diverge au moment où la goutte est immobile (au sommet de sa trajectoire), comme attendu.

2.5.2.3 Temps de vol

Nous venons de voir que l'évaporation de la goutte peut modifier son temps de vol. Afin de vérifier la cohérence de nos calculs numériques avec les expériences, nous représentons en figure 2.46 le temps passé en l'air par la première goutte éjectée en fonction du rayon de la bulle-mère pour nos trois solutions.

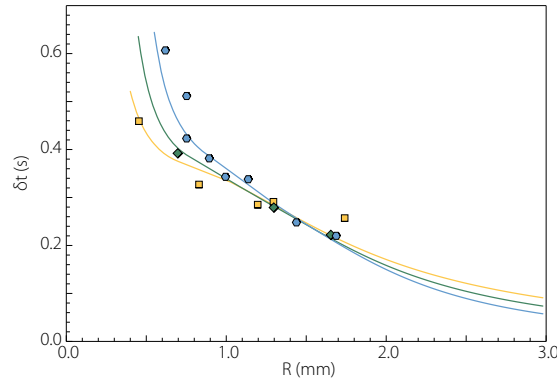


FIGURE 2.46: Temps de vol de la première goutte en fonction du rayon de la bulle pour les solutions (i) à (iii). Les courbes en traits pleins correspondent aux temps obtenus en résolvant numériquement l'équation (2.17) et en prenant comme valeurs initiales les vitesses et tailles déterminées expérimentalement dans la partie 2.4. Les points expérimentaux, représentés par les mêmes marqueurs que précédemment, ne sont ici pas des moyennes sur plusieurs expériences : chaque point correspond à une expérience. Ils donnent une bonne indication quant à la cohérence entre les expériences et le modèle.

Nous constatons un bon accord entre les quelques mesures expérimentales présentées sur ce graphique⁶ et les valeurs obtenues numériquement. Nous observons également que de façon assez contre-intuitive le temps de vol de la première goutte, à rayon de bulle fixé, ne varie pas beaucoup d'une solution à l'autre pour les bulles de plus d'un millimètre, bien qu'à la fois la taille et la vitesse d'éjection de la goutte changent en fonction du liquide dans laquelle l'expérience est réalisée. En revanche, pour les plus petites tailles de bulles, nous constatons que ce sont les gouttes les plus petites et les plus rapides, dans la solutions la plus visqueuse (iii), qui ont les trajectoires qui durent le plus longtemps.

2.5.2.4 Masse évaporée en fonction de la taille de la bulle

Nous représentons en traits pleins en figure 2.47 la masse évaporée par la première goutte, soit sa masse initiale moins sa masse finale ($\delta m = \frac{4}{3}\pi(R_{1,f}^3 - R_{1,i}^3)$), en fonction de la taille de la bulle R pour nos trois solutions hydro-alcooliques mimant du champagne à différentes températures.

Comme pour les temps de vol, ces trois courbes ont été obtenues en prenant comme conditions initiales la vitesse v_1 et la taille R_1 de la première goutte mesurées expérimentalement lors de son éjection. Nous remarquons tout d'abord que **plus le liquide est visqueux, moins la masse évaporée par la goutte est importante** : un champagne trop froid ne favorise donc pas la diffusion des arômes par ce mécanisme. Par ailleurs,

6. Le nombre de points expérimentaux, qui représentent ici chacun une expérience et non pas des moyennes, est assez faible car la plupart des films n'ont été enregistrés que jusqu'à la fin de la montée de la goutte afin de déterminer la hauteur maximale atteinte par celle-ci. Les fichiers sont en effet beaucoup plus gros si l'on souhaite enregistrer tout le parcours de la goutte, vu que la descente est la plupart du temps bien plus longue que la montée.

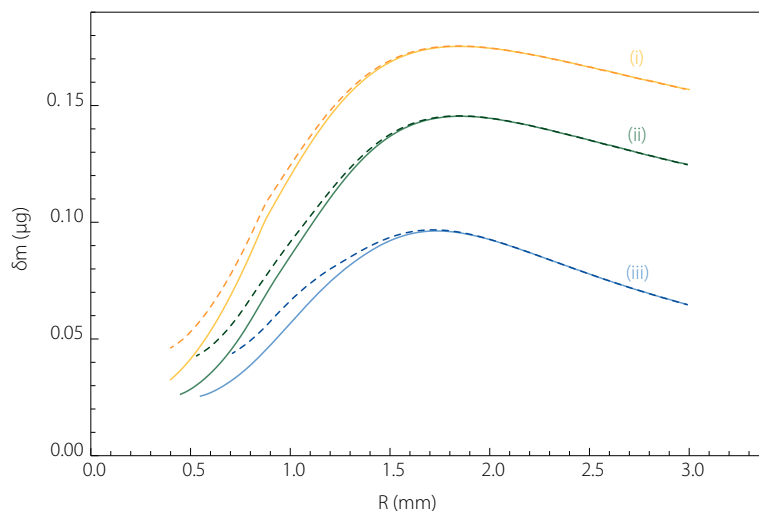


FIGURE 2.47: Masse évaporée par la première goutte δm en fonction de R le rayon de la bulle-mère. Courbes en traits pleins : résolution numérique de l'équation (2.17) avec comme conditions initiales les tailles et vitesses d'éjection de la première goutte mesurées expérimentalement dans la partie 2.4 pour les solution (i) à (iii). Courbes en pointillés : modèle de la partie 2.5.2.5.

nous constatons aussi que **chacune de ces courbes présente un maximum** : cette perte de masse maximale correspond à la taille de bulle produisant le plus de vapeur, en quantité dimensionnée, durant son parcours au-dessus du liquide.

En faisant l'hypothèse que la première goutte est celle qui contribue le plus à l'évaporation, et en se rappelant l'absence de *gouttes de film* dans le cas de ces solutions hydro-alcooliques (cf partie 2.2.2.4), cette valeur semble donc être la taille optimale des bulles pour favoriser l'évaporation au-dessus de la flûte de champagne. Nous pouvons définir le flux total évaporé par ces gouttes comme étant : $\dot{M}_{\text{goutte}} = N_{\text{goutte}} \delta m$, avec N_{goutte} le nombre de bulles qui éclatent par seconde à la surface du verre, en se plaçant dans le cas où les bulles sont monodisperses. Pour des conditions de service identiques, N_{goutte} dépend en fait de l'âge du champagne : plus celui-ci est vieux et plus la quantité de gaz dissout est faible, ce qui entraîne des bulles moins nombreuses mais également plus petites [105]. De plus, nous venons de voir que pour les bulles les plus petites, δm est assez faible. Ainsi, l'évaporation à la surface d'un champagne présentant des bulles plus fines est plus faible que pour des grosses bulles (environ 1.7 mm de rayon). Finalement, **contrairement aux idées reçues, les petites bulles ne sont pas préférables aux grosses bulles, en tout cas en ce qui concerne la diffusion des arômes du vin**. Cependant, puisque les petites bulles sont créées par les vieux champagnes, il est aisé de comprendre pourquoi elles sont souvent synonyme de qualité...

Ce rayon de bulle optimal vaut environ 1.7-1.8 mm : cela ne correspond pas à la position du maximum de hauteur observé précédemment. Ainsi, **ce n'est pas parce qu'une goutte va haut qu'elle s'évapore plus**. Cela dépend aussi de sa taille, ce qui

change la surface disponible pour l'évaporation, et de sa vitesse, ce qui influence à la fois les gradients de concentration de vapeur dans l'air via l'épaisseur de la couche limite, dépendante de cette vitesse, et de son temps passé en l'air. En fin de compte, il est difficile d'expliquer simplement la présence de ce maximum, contrairement au maximum constaté pour les hauteurs. Celui-ci résultait de l'équilibre entre la vitesse, qui augmentait avec les petits rayons de bulles, et des frottements, qui diminuaient avec les grands rayons de bulles.

2.5.2.5 Importance du temps de vol et de la taille de la goutte pour son évaporation

Pour comprendre quels sont les paramètres réellement influents sur l'évaporation des gouttes, nous allons approximer cette masse évaporée en faisant plusieurs hypothèses simplificatrices assez fortes.

Nous supposons que la variation du rayon de la goutte est suffisamment faible pour que $r_g(t) \simeq r_g(0) = R_1$ pendant toute la trajectoire. Pour avoir une expression analytique de la vitesse de la goutte, nous supposons que sa vitesse est celle d'un corps en chute libre $v_g(t) = \dot{z}(t) = -gt + v_g(0)$, ce qui n'est pas une si mauvaise approximation pour les grosses gouttes étant donnée la courbe en haut de la figure 2.42. Cela nous donne un temps de vol en $\mathcal{T}_{\text{vol}} = 2v_g(0)/g$. Pour approximer l'équation de la perte de masse de la goutte pendant son temps de vol, nous partons de la loi du « D2 » pour une goutte en mouvement (2.17) dans laquelle nous remplaçons la vitesse par l'expression simplifiée supposée ci-dessus. Cela nous permet alors d'intégrer de $t = 0$ à $t = \mathcal{T}_{\text{vol}}$:

$$\int_{r=r_g(0)}^{r_g(\mathcal{T}_{\text{vol}})} dr^2 = - \int_{t=0}^{t=\mathcal{T}_{\text{vol}}} A(1 + Br_g(0)^{\frac{1}{2}}(-gt + v_g(0))^{\frac{1}{2}}) dt \quad (2.27)$$

où $A = 2 \frac{\rho_{\text{gaz}}}{\rho_{\text{liq}}} D \ln(B_M + 1)$ et $B = 0.3 \text{Sc}^{1/3} (\frac{2}{\nu_{\text{gaz}}})^{\frac{1}{2}}$.

Nous obtenons alors :

$$r_g^2(\mathcal{T}_{\text{vol}}) = r_g^2(0) \left(1 - A \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} + \frac{B\sqrt{2g}}{3} \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \right) \quad (2.28)$$

Ce qui peut aussi se réécrire :

$$r_g^3(\mathcal{T}_{\text{vol}}) = r_g^3(0) \left(1 - A \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} + \frac{B\sqrt{2g}}{3} \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \right)^{\frac{3}{2}} \quad (2.29)$$

Nous avons supposé que le rayon de la goutte ne varie pas beaucoup durant le temps de vol, ainsi nous pouvons faire un développement limité du terme dans la parenthèse de

cette dernière équation :

$$r_g^3(\mathcal{T}_{\text{vol}}) \approx r_g^3(0) \left(1 - \frac{3}{2} A \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} + \frac{B\sqrt{2g}}{3} \left(\frac{\mathcal{T}_{\text{vol}}}{r_g^2(0)} \right)^{\frac{3}{2}} \right) \right) \quad (2.30)$$

Finalement, comme la masse évaporée par la goutte pendant son temps de vol vaut $\delta m = \frac{4}{3} \pi \rho_{\text{liq}} (r_g(0)^3 - r_g(\mathcal{T}_{\text{vol}})^3)$, nous trouvons :

$$\delta m \approx 4\pi \rho_{\text{air}} D \ln \left(\frac{1 - Y_{\text{vap}}^{\infty}}{1 - Y_{\text{vap}}^{\text{surf}}} \right) r_g(0) \mathcal{T}_{\text{vol}} \left(1 + 0.3 \text{Sc}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4g}{9\nu_{\text{air}}} \right)^{\frac{1}{2}} (r_g(0) \mathcal{T}_{\text{vol}})^{\frac{1}{2}} \right) \quad (2.31)$$

Dans cette équation, nous constatons que pour un liquide donné, **seul le produit de la taille de la goutte et du temps de vol $r_g(0)\mathcal{T}_{\text{vol}}$ dépend de la taille de la bulle : c'est donc la quantité réellement importante pour comprendre notre problème.** Le premier terme, d'ordre 1 dans ce produit, est issu de l'évaporation d'une goutte immobile de rayon $r_g(0)$ dont la vapeur diffuse avec le coefficient D dans du gaz de masse volumique ρ_{gaz} . Le second terme, qui est d'ordre $3/2$, vient, lui, de l'effet du mouvement sur l'évaporation à travers l'ajout de l'épaisseur de la couche limite de diffusion.

Cette expression approximative de la masse évaporée est calculée avec exactement les mêmes conditions initiales que précédemment et sans paramètre ajustable, puis tracée en pointillés sur la figure 2.47 pour chacune des solutions étudiées. Nous constatons que, bien que très simpliste, cette expression décrit très bien nos courbes pour les grosses et les moyennes tailles de bulles et décrit en particulier de façon très satisfaisante le maximum de la courbe. Pour les tailles de bulles plus petites, il n'est pas étonnant de voir que cette expression ne décrit pas très bien nos données car la vitesse des gouttes n'est plus du tout de la forme $v_g(t) = -gt + v_g(0)$. De plus, le rayon de la goutte ne peut plus vraiment être considéré comme constant, étant donnée la faible taille de ces gouttes. Cependant, nous retenons qu'avec simplement l'expression de la taille initiale de la goutte $r_g(0)$ et l'expression du temps de vol de cette goutte \mathcal{T}_{vol} en fonction de la taille de bulle, nous pouvons prédire assez bien la courbe donnant la masse évaporée grâce à l'équation (2.31).

De plus, cette expression approchée permet de comprendre pourquoi la courbe $\delta m = f(R)$ décrit une forme de cloche. En effet, $r_g(0) = R_1$ augmente avec R pendant que \mathcal{T}_{vol} diminue (cf. figure 2.46). Puisque δm dépend du produit $r_g(0)\mathcal{T}_{\text{vol}}$, il est donc normal d'obtenir une courbe présentant un maximum.

2.5.2.6 Comparaison entre l'évaporation due aux bulles et l'évaporation en surface de la flûte

Dans ce paragraphe, nous allons évaluer la masse évaporée par les gouttes éjectées lors de l'éclatement des nombreuses bulles à la surface du champagne et nous la comparerons ensuite à celle ayant lieu à la surface d'une flûte en l'absence de bulle.

À la surface d'une flûte de champagne, on peut compter l'éclatement de 300 (vieux champagne) à 500 (jeune champagne) bulles par seconde lors des premières minutes de la dégustation [105]. Ainsi, pour obtenir le flux d'évaporation \dot{M}_{goutte} engendré par l'effervescence du vin, il suffit de multiplier la quantité évaporée par les gouttes de chaque bulle par environ 400. En supposant que la première goutte est celle qui évapore le plus et en prenant une valeur moyenne de δm sur la figure 2.47, nous obtenons donc : $\dot{M}_{\text{goutte}} \sim 40 \mu\text{g.s}^{-1}$.

Par ailleurs, nous pouvons calculer le flux de masse \dot{M}_{surf} dû à l'évaporation d'une surface du même liquide d'aire $S_{\text{flûte}}$ en l'absence de bulles. En supposant que l'évaporation est purement diffusive (écoulement de Stefan négligeable) et que l'évaporation a lieu sur une longueur typique \mathcal{L}_{∞} , ce flux est donné par : $\dot{M}_{\text{surf}} = -\frac{DS_{\text{flûte}}\rho_{\text{air}}}{\mathcal{L}_{\infty}}(Y_{\text{vap}}^{\text{surf}} - Y_{\text{vap}}^{\infty})$ [106]. Cette longueur \mathcal{L}_{∞} correspond à la distance sur laquelle les gradients de concentration en vapeur s'établissent. Ici, cette longueur est égale à la distance entre le liquide et le haut de la flûte (espace de tête), là où les mouvements de convection de l'air dans la pièce sont négligeables. En prenant $\mathcal{L}_{\infty} \sim 4$ cm et $S_{\text{flûte}} = \pi r^2$ avec $r \sim 2$ cm, nous obtenons alors : $\frac{\dot{M}_{\text{goutte}}}{\dot{M}_{\text{surf}}} \sim 10$. Finalement, l'évaporation due aux gouttes éjectées est bien supérieure à celle de la surface du verre : l'effervescence du champagne améliore donc grandement la diffusion des arômes ! De plus, beaucoup de gouttes sautent au-dessus de l'espace de tête, ce qui facilite encore la propagation des arômes au-dessus du verre.

2.5.2.7 Contribution de la seconde goutte

Dans ce que nous venons de présenter, nous nous sommes uniquement intéressés à l'évaporation due à la première goutte. Afin d'aller plus loin, nous nous proposons de regarder l'influence de la seconde goutte sur l'évaporation totale. Comme pour la première goutte, nous avons résolu les équations (2.8) et (2.16) mais en prenant comme conditions initiales les valeurs de tailles de gouttes et de vitesses mesurées expérimentalement pour la seconde goutte éjectée (données présentées en annexe A). En faisant cela, nous considérons toujours que les gouttes sont isolées et donc qu'elles ne se voient pas les unes les autres.

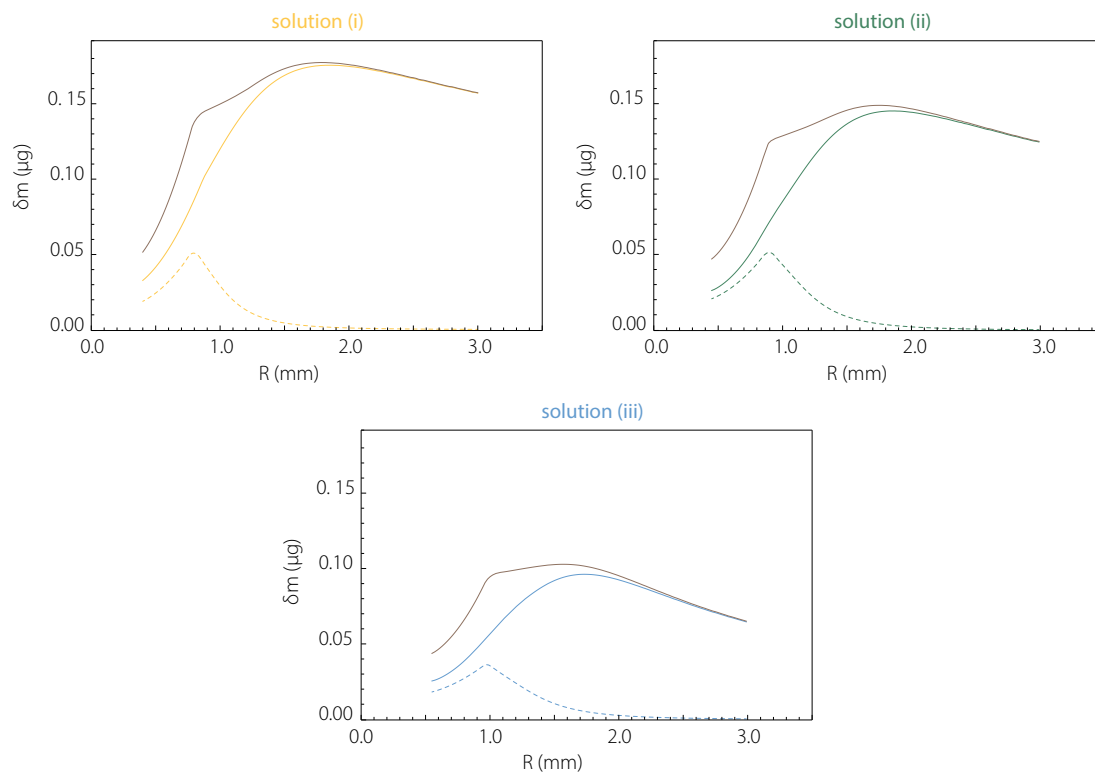


FIGURE 2.48: Masse évaporée pendant le temps de vol de la première goutte, calculée numériquement, pour les solutions (i) à (iii) pour la première goutte (en traits pleins colorés), la seconde goutte (en pointillés) et l'accumulation des contributions de la goutte 1 et 2 (en marron). Pour chacun de ces cas, la contribution de la seconde goutte reste modeste par rapport à celle de la première goutte, mais elle n'est pas non plus négligeable.

Sur la figure 2.48, nous montrons les courbes obtenues pour la seconde goutte dans les trois solutions (en pointillés) et nous les comparons aux courbes obtenues précédemment pour la première goutte. Les courbes marrons représentent la somme de ces deux contributions. Nous constatons, comme attendu, que la contribution de la seconde goutte est bien moins importante que celle de la première goutte, sûrement car elle passe beaucoup moins longtemps en l'air que la première goutte. Bien que toujours inférieure à celle de la première goutte, la contribution de cette seconde goutte n'est pas non plus négligeable et elle devient même importante pour les plus petits rayons de bulles. Pour la viscosité la plus forte, nous notons notamment que l'ajout de l'évaporation de la seconde goutte a pour effet de rendre la zone de forte évaporation plus large. Il serait donc intéressant de continuer ce travail en prenant en compte les gouttes suivantes, pour voir si la taille optimale de bulle pour produire un maximum d'évaporation se modifie ou non.

2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la formation de jet émis lors de l'éclatement de petites bulles et aux gouttes de jet ainsi éjectées. Nous avons commencé par mesurer expérimentalement la vitesse d'éjection du jet : nous trouvons qu'elle évolue comme $v_{\text{jet}} \propto 1/R$ (cf. figure 2.3.3), alors que l'étude de Duchemin *et al.* [44] proposait une variation en $1/\sqrt{R}$ sur cette même gamme de tailles de bulles dans de l'eau. Nous avons pu expliquer cette différence en nous intéressant de plus près à la forme de la bulle. En effet, bien que les cavités mises en jeu soient de petites tailles devant la longueur capillaire, la gravité joue tout de même un rôle en imposant des conditions initiales qui varient avec la taille de la bulle. Plus celle-ci est petite et moins elle est sphérique. Cela influence alors les ondes capillaires qui se propagent le long de cette cavité et qui créent le jet et se répercute donc sur la vitesse de celui-ci. Dans son étude numérique, Duchemin avait pris comme conditions initiales des bulles sphériques : il est donc normal de ne pas retrouver son résultat.

Nous avons ensuite évalué le rôle des propriétés du liquide sur la dynamique d'éjection du jet en faisant varier la viscosité et la tension de surface, ce qui donne un nombre de Morton $\epsilon \in [10^{-11}, 10^{-6}]$. Nous avons alors obtenu le résultat le plus surprenant de cette étude : la vitesse du jet augmente avec Mo pour $Mo < 2 \cdot 10^{-8}$! Si l'on fixe la tension de surface, cela revient à dire que la vitesse augmente avec la viscosité (cf. figure 2.19), ce qui est très contre-intuitif. (Pour des nombres de Morton plus élevés, nous observons en revanche que la vitesse décroît avec Mo qui continue d'augmenter.) Nous avons pu justifier cette augmentation étrange en prêtant attention aux détails de l'effondrement des cavités (cf. figure 2.22). Lorsque le liquide est assez visqueux, les profils de cavité suivent l'évolution auto-similaire vers une singularité à temps fini t_0 $r(z, t) = (t+t_0)^{2/3} F(\frac{z+z_0}{(t+t_0)^{2/3}})$ typique d'un équilibre entre capillarité et inertie. Nous avons montré que pour des fluides peu visqueux, des ondes capillaires parasites perturbent cette évolution auto-similaire : le processus d'effondrement s'approche moins de la singularité ayant lieu à $t = t_0$ et la vitesse d'éjection du jet est alors moins grande.

Après avoir fait varier tous les paramètres de notre étude (à part la gravité...), nous avons montré que toutes nos données concernant la vitesse d'éjection du jet peuvent être décrites grâce à une courbe-maîtresse en forme de cloche $WeBo^{1/2} = f(Mo)$ (cf. figure 2.20). Cette courbe peut être vue comme l'évolution de la vitesse adimensionnée en fonction de la viscosité adimensionnée. Nous retrouvons bien les deux régimes observés : l'augmentation de la vitesse dans un premier temps, puis sa diminution.

Nous avons ensuite regardé l'influence de la viscosité sur les aérosols produits, dans le contexte du champagne. Nous avons montré que l'utilisation de solutions hydro-alcooliques, en tant que substituts du champagne, ne change pas la dynamique d'éjection des gouttes. Ces solutions ont donc été employées dans tout le reste de cette étude. Nous avons observé qu'une augmentation de la viscosité aboutit à l'augmentation de la vitesse d'éjection de la goutte, mais aussi à la diminution de son rayon et de sa hauteur maximale d'éjection (cf. figures 2.33, 2.35 et 2.40). Nous avons pu décrire simplement la hauteur d'éjection en intégrant le principe fondamental de la dynamique appliqué à une sphère dure de rayon R_1 éjectée à la vitesse v_1 , sans paramètre ajustable. La taille, la vitesse d'éjection et la hauteur maximale de la goutte ont aussi été mesurées expérimentalement pour les sept gouttes suivantes (cf. annexe A).

Ces données ont ensuite été utilisées dans un modèle d'évaporation de goutte en mouvement dans le but d'évaluer l'influence de la température de service du champagne sur la diffusion des arômes de ce vin. En effet, un changement de température revient à un changement de viscosité et nous venons de voir l'importance de celle-ci sur les aérosols produits par les bulles. Pour cela, nous avons considéré que le champagne peut être modélisé par des solutions hydro-glycéro-alcooliques et nous avons simplement fait varier la viscosité du mélange en changeant la proportion de glycérol. Les tailles et les vitesses d'éjection des gouttes ainsi collectées ont servi de conditions initiales à notre modèle. Celui-ci décrit l'évaporation de gouttes isolées en mouvement en reprenant les résultats de la littérature. En représentant la masse de fluide évaporée pendant le temps de vol de la goutte en fonction de la taille de la bulle-mère (cf. figure 2.47), nous avons montré l'existence d'un maximum : pour chaque solution, il existe un rayon de bulle pour lequel l'évaporation est maximale. Nous avons pu écrire une expression approchée de cette perte de masse qui met en jeu le paramètre $r_g(0)\mathcal{T}_{\text{vol}}$: ici, l'évaporation de la goutte dépend seulement de son temps de vol et de son rayon initial. Nous avons aussi constaté que plus la solution est visqueuse et moins la valeur de ce maximum est élevée.

Chapitre 3

Jets à grande échelle

3.1 Introduction

3.1.1 But de l'expérience

Dans la partie précédente, nous avons analysé des jets créés par des cavités de petites taille. Dans cette partie, nous allons maintenant étudier des jets de liquide créés lors de la relaxation d'interfaces fortement déformées, les déformations étant d'une taille caractéristique L de plusieurs centimètres. La force motrice qui mène à la relaxation de l'interface est donc la gravité puisque $L \gg l_{\text{cap}}$ la longueur capillaire. En effet, la cavité formée à la surface du liquide se referme car l'absence de liquide à cet endroit-là cause un surplus d'énergie potentielle gravitaire. Celle-ci se convertit alors en énergie cinétique lors de la création du jet de liquide. Nous réalisons donc le pendant à grande échelle des petites bulles du chapitre 2, où la force motrice qui entraînait l'effondrement de la cavité et le retour de l'interface à sa position d'équilibre était la force capillaire. Dans cette partie, nous nous intéressons d'abord à des cavités créées grâce à un jet impulsionnel d'air comprimé puis nous comparons les résultats obtenus aux cas de cavités générées par l'explosion de pétards [61] et de cavités laissées par la chute d'une bille dans un liquide. Cela permet en effet d'analyser des cavités de formes différentes, avec ou sans singularité.

3.1.2 Dispositif expérimental

Afin de créer des jets de force motrice purement gravitaire, le dispositif représenté en figure 3.1 est mis en place : une arrivée d'air comprimé est placée à la verticale au-dessus d'un aquarium contenant le liquide à étudier. Lorsque le pistolet d'air comprimé

est brièvement actionné, l'air soufflé creuse la surface du liquide et façonne une cavité. Dès que l'air s'arrête, celle-ci s'effondre à cause de la gravité et relaxe en créant un jet de liquide qui part verticalement vers le haut.

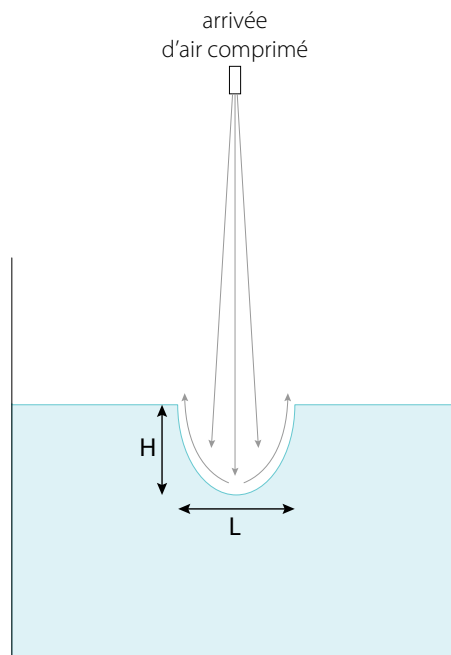


FIGURE 3.1: Schéma du dispositif utilisé pour créer des cavités de largeur L et de profondeur H en sculptant le liquide brièvement avec de l'air comprimé. Les flèches en gris symbolisent le chemin de l'air sortant de la buse.

Ce dispositif permet de changer indépendamment la profondeur H et la largeur L de la cavité : lorsque la distance entre l'injection d'air comprimé et la surface du liquide est augmentée la largeur de la cavité grandit, tandis qu'en augmentant la pression exercée sur la surface la profondeur de la cavité croît. H et L sont mesurées au moment où la cavité a atteint sa profondeur maximale. Nous pouvons donc faire varier la profondeur indépendamment. Les largeurs et profondeurs typiques varient entre 3 cm et 10 cm et les rapports d'aspects de 0.25 à 1.1. Remarquons qu'avec ces notations, une cavité hémisphérique a un rapport d'aspect H/L de 0.5. L'autre avantage de déformer l'interface par l'action de l'air comprimé est que l'on obtient ainsi une cavité sans singularité, contrairement à celles façonnées lors de la chute d'un objet dans un liquide ou lors du détachement d'une bulle. En effet, il n'y a pas ce pincement de la cavité conduisant à une singularité au moment où elle se détache et qui peut entraîner des jets très violents [72] car le saut de pression de Laplace diverge lorsque la courbure tend vers 0. Ici, les jets formés lors de la relaxation de cavités créées par l'air comprimé ont donc un moteur uniquement gravitaire : ils sont dus à la réserve d'énergie potentielle correspondant au manque de liquide dans la cavité qui se convertit en énergie potentielle au fur et à mesure que le liquide la remplit.

Pour caractériser l'influence de la viscosité sur ce type de jet, nous utilisons neuf solutions constituées d'un mélange d'eau et de glycérol. Cela permet d'obtenir des viscosités dynamiques μ variant de 1 mPa.s, pour de l'eau pure, à 1300 mPa.s, pour du glycérol pur à environ 22°C. La composition, la viscosité moyenne et la densité ρ des mélanges sont indiquées dans le tableau 3.2. Lors des expériences, la température du liquide est relevée et la viscosité est systématiquement mesurée sur une gamme de températures correspondant à nos conditions expérimentales. Afin de vérifier que les forces capillaires sont négligeables dans ce problème, nous avons aussi utilisé de l'éthanol pur ($\mu = 1.2$ mPa.s, $\rho = 780$ kg.m⁻³) dont la tension de surface $\gamma = 23$ mN.m⁻¹ est environ trois fois plus petite que celle des mélanges d'eau et de glycérol ($\gamma = 64$ mN.m⁻¹ - 72 mN.m⁻¹).

Glycérol (%)	0	33	60	75	85	90	94	97	100
ρ (kg.m ³)	998	1 083	1 156	1 196	1 224	1 234	1 247	1 253	1 255
μ (mPa.s)	1	3	10	34	117	219	440	763	1 304

FIGURE 3.2: Caractéristiques des solutions utilisées pour l'étude des jets gravitaires. Les pourcentages indiqués sont des pourcentages massiques et les viscosités sont des moyennes issues des différentes températures de travail.

Pour éviter tout effet de bord, nous utilisons un aquarium suffisamment grand de 30 cm \times 30 cm \times 35 cm rempli d'environ 15 cm à 20 cm de liquide. Les expériences sont enregistrées grâce à une caméra ultra-rapide Photron SA-5 à 2 000 images par secondes. L'objectif utilisé est un 50 mm (Zeiss) permettant une champ de vue d'une vingtaine de centimètre de large.

3.2 Description qualitative

3.2.1 Description du phénomène

La figure 3.3 illustre le phénomène étudié (a) dans l'eau et (b) dans un mélange d'eau et de glycérol 800 fois plus visqueux. Sur la première image de chaque séquence, la cavité creusée par une impulsion d'air comprimé a atteint sa profondeur maximale et le jet est sur le point d'être créé. Une fois l'air comprimé arrêté, le liquide remplit la cavité à cause du surplus d'énergie potentielle gravitaire créé par cet état où la surface de l'eau n'est pas plane. Cependant, le remplissage de la cavité se fait de façon assez violente car le liquide converge vers le fond de la cavité depuis toutes les directions : **cette focalisation crée une inversion de courbure à cet endroit puis un jet de liquide**. Le jet obtenu peut atteindre une hauteur de plus de 2 m pour les cavités les plus grandes de cette étude (soit une profondeur $H \sim 10$ cm). La hauteur maximale du

jet peut donc dépasser plus de 20 fois la profondeur de la cavité initiale, ce qui est très important. Nous reviendrons sur ces hauteurs surprenantes dans le paragraphe 3.3.4.2. Nous remarquons sur ces séquences d'images que lors du début de leur ascension, les têtes de ces jets ont des trajectoires rectilignes ce qui traduit des vitesses qui varient assez peu avec le temps. Sur la fin de ces séquences, les vitesses commencent à diminuer car la gravité va à l'encontre du mouvement de ces jets. Cela signifie que les effets de l'inertie dominent ceux de la gravité dans les instants qui suivent l'éjection de ces jets mais qu'ils se font sentir par la suite. Nous définissons alors la vitesse d'éjection du jet comme étant la vitesse de la tête du jet au moment où celle-ci passe le niveau $z = 0$ du liquide initialement au repos.

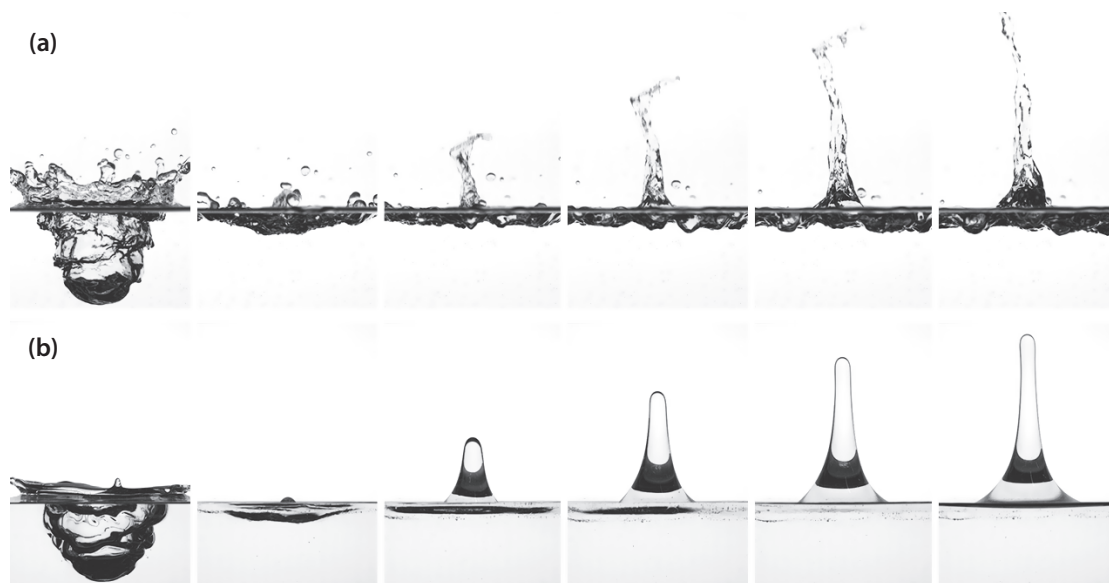


FIGURE 3.3: Séquences d'images de la relaxation de cavités centimétriques à une surface libre pour deux fluides différents : (a) dans l'eau ($\mu = 1$ mPa.s) et (b) un mélange d'eau et de glycérol de viscosité $\mu = 833$ mPa.s en bas. Chaque séquence commence avec une image de la cavité à sa profondeur maximale H sur le point de relaxer. À partir de l'image suivante, le jet est créé et se développe. (a) : le temps entre les deux premières images est $\Delta t_{1-2} = 36$ ms et il y a ensuite $\Delta t = 7.5$ ms entre chaque image. $H = 4.6$ cm, $L = 6.3$ cm et $v_{\text{jet}} = 3.59$ m.s⁻¹. (b) : $\Delta t_{1-2} = 60$ ms, $\Delta t = 27.5$ ms, $H = 6$ cm, $L = 10$ cm et $v_{\text{jet}} = 1.85$ m.s⁻¹.

L'évolution temporelle de ces jets peut être analysée grâce à un diagramme spatio-temporel tel que celui présenté en figure 3.4 (a) pour un jet de viscosité $\mu = 10.0$ mPa.s : une ligne de pixel verticale au centre du jet est suivie au cours du temps. Cela donne ainsi le temps en abscisse et la position en ordonnée. Les différentes phases de l'expérience sont visibles sur cette figure. Dans un premier temps (i), l'interface se creuse sous l'effet de l'air comprimé avant de relaxer (ii). Nous voyons ensuite le développement du jet (iii) puis sa retombée sous l'effet de la gravité (iv). Notons que la pente au début de la phase (iii) donne directement accès à la vitesse d'éjection de la tête du jet v_{jet} telle que définie précédemment.

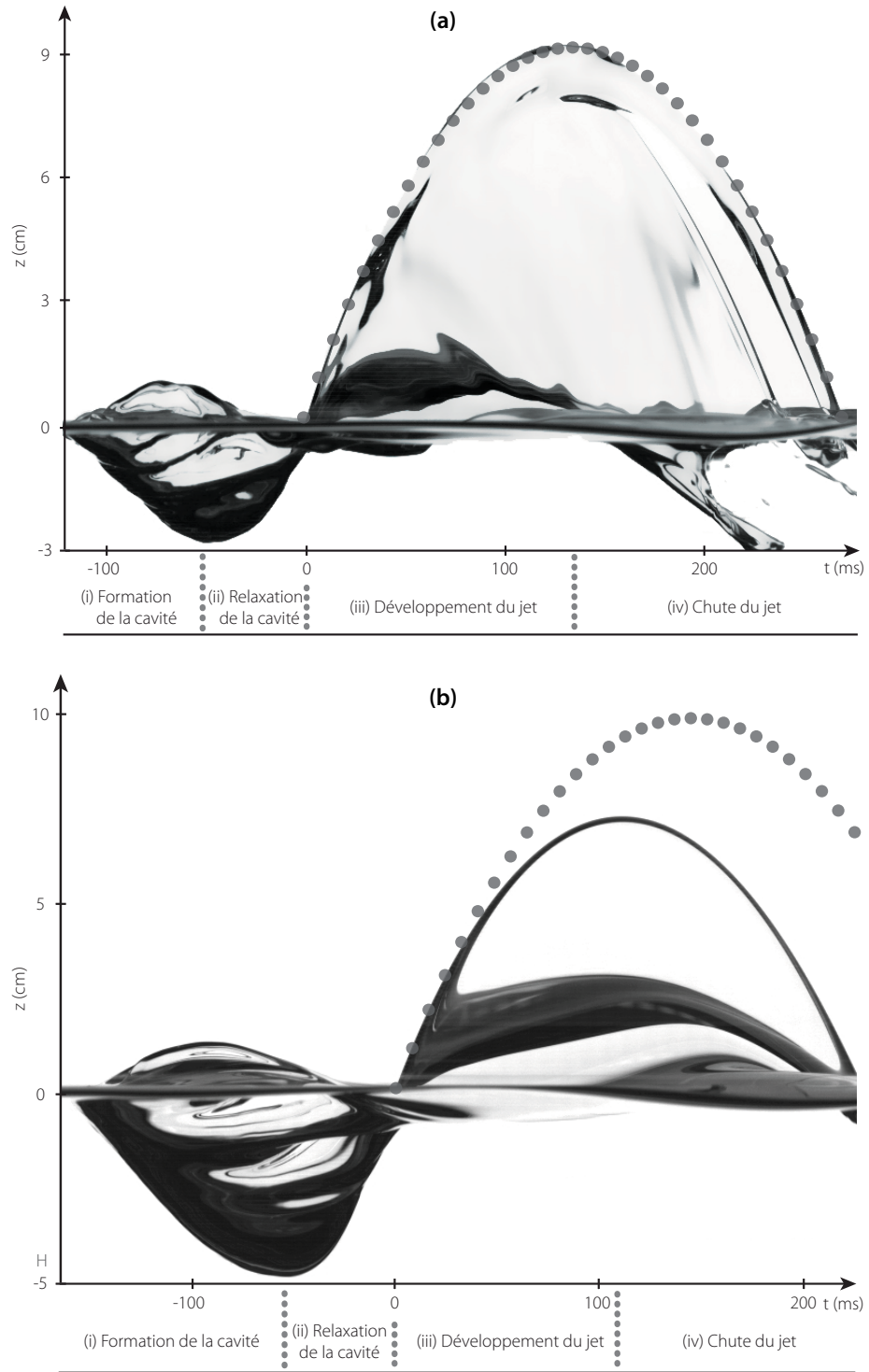


FIGURE 3.4: Diagrammes spatio-temporel représentant (i) la formation de la cavité, (ii) la relaxation de la cavité, (iii) le développement du jet et (iv) son effondrement. L'origine du temps ($t = 0$) est prise quand le jet passe la surface libre $z = 0$, et la pente locale donne la vitesse du jet v_{jet} . Courbe en pointillés : parabole de chute libre de vitesse initiale v_{jet} . (a) $\mu = 10$ mPa.s, $v_{\text{jet}} = 1.33$ m.s $^{-1}$, $H = 2.9$ cm et $L = 5.5$ cm. (b) $\mu = 833$ mPa.s, $v_{\text{jet}} = 1.41$ m.s $^{-1}$, $H = 4.90$ cm et $L = 9.60$ cm.

Sur cette figure, nous avons représenté en gros points l'évolution temporelle de la

position d'une balle lancée en l'air à la vitesse d'éjection du jet v_{jet} sous le seul effet de la gravité : celle-ci suit une parabole de chute libre dont l'équation est $z(t) = v_{\text{jet}}t - \frac{1}{2}gt^2$. Nous voyons que cette parabole décrit parfaitement l'évolution $z(t)$ de la tête du jet pour ce premier jet. Cela signifie que ce jet à basse viscosité ($\mu = 10.0 \text{ mPa.s}$), une fois éjecté, n'est soumis qu'à son inertie et à la gravité. En particulier, les forces de tension de surface, les frottements visqueux dans le jet et les frottements visqueux avec l'air ne jouent pas de rôles lors des phases d'ascension et de descente du jet à faible viscosité du liquide. En effet, sous l'effet de la tension de surface, un ligament liquide se rétracte à la vitesse de Taylor-Culick [107, 108] $v_{\text{TC}} = \sqrt{2\gamma/\rho e}$ avec e l'épaisseur du ligament. Cependant, dans notre cas l'épaisseur typique des jets est le centimètre, ce qui donne une vitesse de l'ordre de 0.1 m.s^{-1} . Cette contribution est donc négligeable par rapport aux vitesses typiques d'éjection des jets ($1 \text{ à } 7 \text{ m.s}^{-1}$). Il est donc logique que la tension de surface n'ait pas besoin d'être prise en compte pour décrire le mouvement de la tête du jet. Les frottements visqueux avec l'air et au sein du liquide sont quant à eux négligeables car les viscosités de l'air et du liquide de ce jet sont faibles. **Ce jet a donc un comportement balistique** une fois éjecté.

3.2.2 Effet de la viscosité

Dans le paragraphe précédent, nous nous sommes intéressés au cas d'un jet dans un liquide peu visqueux. Qu'en est-il si la viscosité du liquide devient plus importante ? Sur la figure 3.3, nous pouvons voir certains des effets de la viscosité en comparant les séquences (a) et (b). Son action la plus évidente est d'empêcher la création de gouttelettes et de lisser les interfaces en dissipant les ondes capillaires présentes en surface. L'effet de la viscosité lors l'effondrement de la cavité est également observable : nous constatons que le temps entre les deux premières images, qui correspond au temps entre le début de la création de la tête du jet et son passage en $z = 0$, passe de 36 ms pour l'eau, à 60 ms pour le liquide 800 fois plus visqueux, alors que cette seconde cavité est plus petite.

Afin d'évaluer l'influence de la viscosité lors du développement du jet au-dessus du niveau $z = 0$, nous avons réalisé un second diagramme spatio-temporel présentant le cas d'un fluide 800 fois plus visqueux que de l'eau, en figure 3.4 (b). Comme précédemment nous avons ajouté l'évolution balistique $z(t) = v_{\text{jet}}t - \frac{1}{2}gt^2$ d'une balle en chute libre jetée à la même vitesse d'éjection que celle de la tête du jet. Nous constatons que dans le cas où le liquide est visqueux, cette parabole décrit bien le mouvement de la tête du jet jusqu'à ce qu'il ait atteint environ la moitié de sa hauteur maximale. La viscosité n'a donc pas d'effet sur le début de l'ascension du jet : comme précédemment, seules l'inertie et la gravité agissent sur celui-ci. Ensuite, la trajectoire expérimentale de notre jet s'éloigne de la parabole théorique. Cela signifie que la dissipation visqueuse commence à se faire

sentir lors de la deuxième moitié de l'ascension du jet. Nous reviendrons plus en détails sur cela dans la partie 3.3.3.

3.3 Étude paramétrique

3.3.1 Cavités auto-similaires

Afin de caractériser les jets obtenus, nous nous intéressons d'abord aux cavités dont ils sont issus. Grâce à notre dispositif expérimental, nous pouvons produire des cavités de différentes profondeurs H et de différentes largeurs L . La figure 3.5 (a) présente le profil de cavités obtenues lors de cinq expériences différentes : ces cavités ont environ la même largeur mais ont des profondeurs bien distinctes grâce à des pressions d'air comprimé de plus en plus élevées. Chaque profil est réalisé lorsque la cavité a atteint sa profondeur maximale. On définit alors H et L sur cette image. De même, il est possible d'obtenir des cavités de même profondeur mais de largeurs différentes, en changeant la distance entre l'injection d'air comprimé et la surface libre : la figure 3.5 (b) présente trois expériences dans ce cas là. Nous constatons sur la figure 3.5 (c) que si chaque profil est adimensionné par sa demi-largeur $L/2$ selon x et par sa profondeur H selon z , alors toutes les cavités suivent une même forme :

$$\frac{z}{H} = \left(\frac{2x}{L} \right)^{2.5 \pm 0.1} - 1$$

qui est tracée en pointillés noirs sur la figure 3.5 (c). Cette forme de cavité est vérifiée pour l'ensemble de nos données, quelle que soit la viscosité. Ainsi, **ce processus de création de cavités permet d'obtenir des cavités similaires et garantit des conditions initiales semblables d'une expérience à l'autre.**

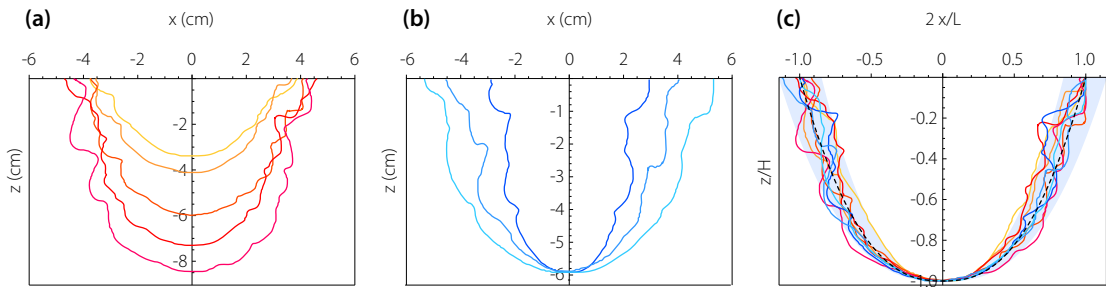


FIGURE 3.5: Profils des cavités extraits lorsque la profondeur H est maximale. (a) Cinq expériences où H est différents et L est sensiblement identique ($\mu = 219$ mPa.s), (b) trois expériences pour lesquelles H est identique et L varie ($\mu = 440$ mPa.s) et (c) ces mêmes profils adimensionnés par H et $L/2$. Courbe en pointillés noirs : $\frac{z}{H} = \left(\frac{2x}{L} \right)^{2.5} - 1$, zone grisée : erreur de ± 0.1 sur l'exposant.

Dans la littérature, certains auteurs se sont aussi intéressés à la création de cavités en soufflant de l'air sous pression à la surface d'un liquide, notamment dans le contexte

des véhicules sur coussin d'air ou encore des procédés industriels de conversion de fer en acier grâce à l'impact d'un jet de dioxygène sur une piscine de fer fondu. Banks & Chadrachekhara [109] et plus récemment He & Belmonte réalisèrent de telles expériences avec divers liquides mais en employant des jets d'air continus et non pas impulsionnels comme nous. Cheslak *et al.* [110] étudièrent quant à eux la forme de cavités réalisées en soufflant dans du ciment à prise rapide. Cela permet d'obtenir des cavités figées dans le temps à la fin de l'expérience et en réalisant des coupes de celles-ci ils en déduirent qu'elles sont de forme parabolique. Remarquons que malgré des protocoles assez différents (ciment à prise rapide, jet d'air continu) cette forme est assez proche de notre exposant 2.5. À notre connaissance, aucune étude ne s'est penchée sur la forme des cavités obtenues avec un jet d'air impulsif, sûrement à cause des limitations techniques. En effet, sans caméra rapide il est impossible de déterminer la forme de ces cavités dont la durée de vie est d'environ 100 ms. De façon étonnante, les seuls travaux faisant allusion à la création de cavités de ce type datent de 1932. Il s'agit de ceux de Foulk [111] qui est cité par Otto-Stuhlman [32]. Cependant, l'étude de Foulk ne fait que parler brièvement de la possibilité d'obtenir un jet de liquide en creusant une cavité après avoir rapidement soufflé à la surface d'un liquide.

Plus récemment, Benusiglio *et al.* [61] ont travaillé sur des cavités créées elles aussi de façon impulsif grâce à l'explosion de pétards à la surface de l'eau. Bien sûr, ce protocole est différent du nôtre car les cavités sont créées de façon isotrope suite à l'explosion, alors qu'avec le jet d'air l'air recircule le long de leurs parois (cf. figure 3.1). Cependant, elles sont assez similaires aux nôtres car elles ont une courte durée de vie et qu'elles donnent aussi naissance à un jet. Nous y reviendrons dans le paragraphe 3.3.4.2.

3.3.2 Dynamique du jet

Dans cette partie, nous souhaitons relier la vitesse d'éjection du jet v_{jet} aux différents paramètres indépendants de l'étude :

$$v_{\text{jet}} = F(\rho, \mu, H, L, g) \quad (3.1)$$

avec ρ et μ la masse volumique et la viscosité dynamique du fluide utilisé, H et L la profondeur maximale et la largeur de la cavité, g la gravité et v_{jet} la vitesse de la tête du jet au moment où elle passe le niveau de la surface libre au repos ($z = 0$). Vu la taille de la cavité et la largeur du jet, nous supposons que les effets de tensions de surface sont négligeables. Cela sera vérifié avec l'emploi d'éthanol qui a une tension de surface trois fois plus faible que les autres liquides testés dans cette étude (cf. 3.1.2).

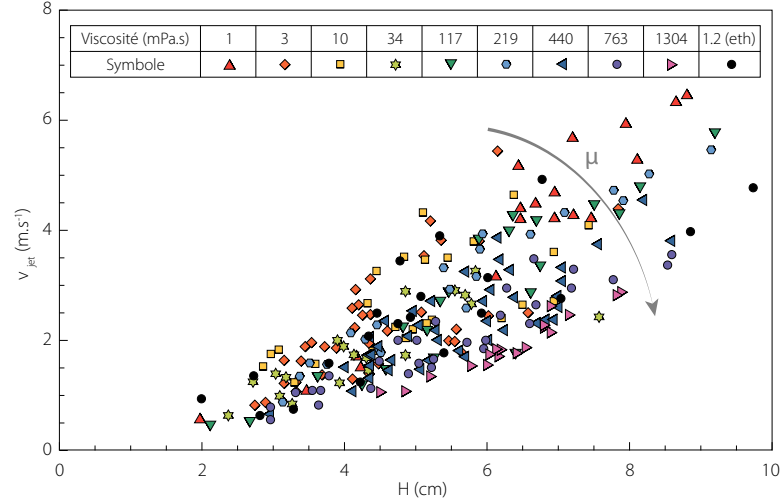


FIGURE 3.6: Vitesse d'éjection en fonction de la profondeur de la cavité pour les différents fluides de notre étude : v_{jet} croît avec H et décroît avec la viscosité. Les marqueurs noirs représentent l'éthanol.

La figure 3.6 montre l'évolution de la vitesse v_{jet} avec H pour des liquides de viscosités variées : plus la cavité est profonde, plus la vitesse d'éjection du jet est grande. Nous constatons aussi que pour les liquides les plus visqueux, le jet va moins vite, ce qui est logique car il doit alors y avoir de la dissipation visqueuse lors de la création du jet.

Pour les plus faibles viscosités, nous nous attendons à ce que la viscosité ait un rôle négligeable lors de la création du jet. Dans ce cas là, v_{jet} devrait alors se comporter comme la vitesse typique gravitaire \sqrt{gH} puisque la force motrice qui referme la cavité est la gravité. Cette vitesse s'obtient simplement en équilibrant l'inertie ρv^2 et la gravité ρgH , notamment dans le cas de l'invasion d'un large tube par de l'eau [86].

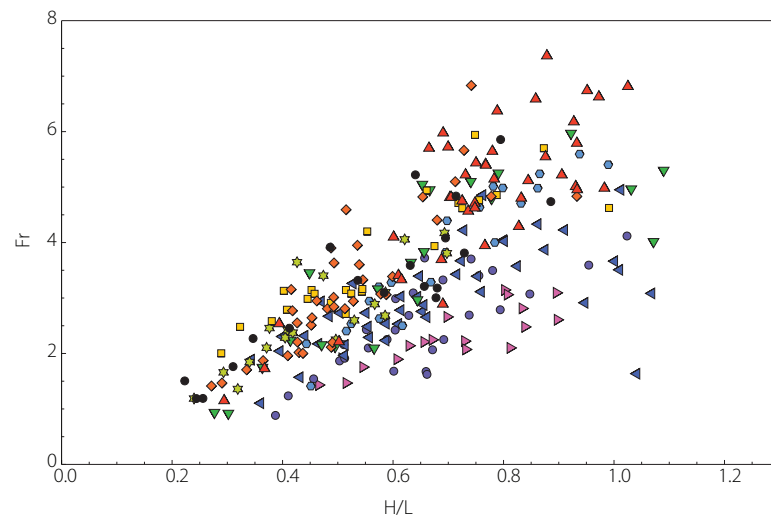


FIGURE 3.7: Nombre de Froude en fonction du rapport d'aspect de la cavité pour les différents fluides de notre étude : même à faible viscosité, Fr n'est pas constant, ce qui signifie que v_{jet} n'évolue pas en \sqrt{gH} . Les correspondances des symboles sont indiquées en figure 3.6.

Pour vérifier si v_{jet} est proportionnelle à \sqrt{gH} , nous comparons le nombre de Froude $Fr = v_{\text{jet}}/\sqrt{gH}$ à la profondeur adimensionnée de la cavité H/L sur la figure 3.7. Ce nombre de Froude représente le rapport des effets de l'inertie à ceux de la gravité. De façon surprenante, le nombre de Froude n'est pas constant ni pour les fortes viscosités, ni pour les plus faibles : même pour des cas non-visqueux, v_{jet} n'est pas proportionnelle à \sqrt{gH} . De plus, **les nombres de Froude sont tous supérieurs à 1** ce qui indique que ces jets vont plus vite que ce qui est prévu pour un simple équilibre entre gravité et inertie. Cela rejoint l'observation faite dans la partie 3.2.1 : les jets sont plus rapides et plus hauts que ce qui est attendu. Cela suggère donc un mécanisme de focalisation de l'énergie et de la quantité de mouvement du liquide, peut être similaire à ce qui a été observé par Séon & Antkowiak [62] (cf. partie 1.2.3.3) ?

Afin de caractériser cette dynamique particulière, à partir de l'équation (3.1) et en utilisant des arguments dimensionnels [92] nous pouvons écrire la relation suivante entre trois nombres sans dimension :

$$Re = \mathcal{F}\left(Ar, \frac{H}{L}\right). \quad (3.2)$$

avec $Re = \rho v_{\text{jet}} L / \mu$ le nombre de Reynolds, $Ar = \rho \sqrt{gH} L / \mu$ le nombre d'Archimède et H/L le rapport d'aspect de la cavité.

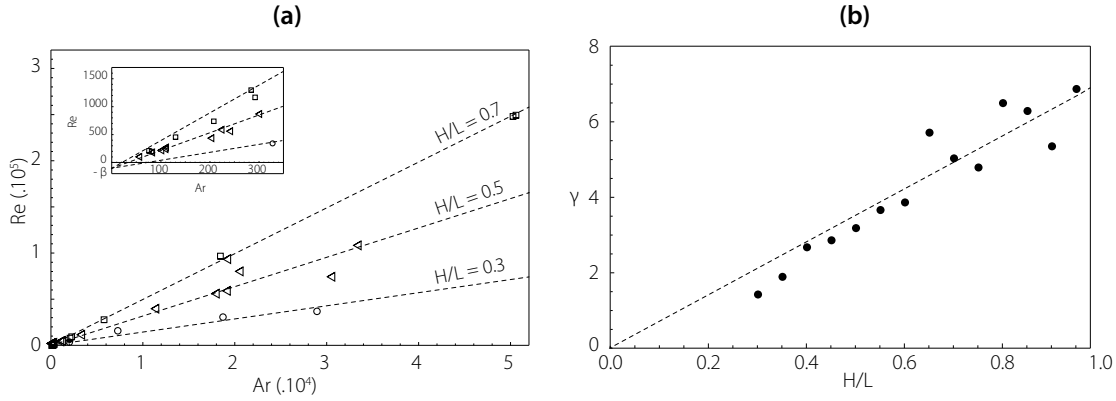


FIGURE 3.8: (a) Re en fonction de Ar à H/L fixé est une droite. Ainsi : $Re = \gamma(\frac{H}{L})Ar - \beta$. (b) Pente γ de la courbe $Re = f(Ar)|_{H/L \text{ fixé}}$ pour une quinzaine de H/L : $\gamma = \alpha \times H/L$.

Dans un premier temps, nous regardons la variation du nombre de Reynolds avec le nombre d'Archimède, en fixant le rapport d'aspect. Parmi toutes nos expériences, nous avons donc relevé celles dont les rapports d'aspect étaient proches de 0.3, de 0.5 et de 0.7 et nous avons tracé en figure 3.8 (a) les courbes $Re = f(Ar)|_{H/L \text{ fixé}}$ correspondant à ces données. Nous voyons que pour chaque rapport d'aspect, la courbe obtenue est une droite de pente $\gamma(H/L)$. Le zoom sur l'origine permet de voir que ces courbes ne se coupent pas en 0 mais qu'elles interceptent une même ordonnée à l'origine $-\beta$. Ainsi, $Re = \gamma(\frac{H}{L})Ar - \beta$.

Nous traçons ensuite en figure 3.8 (b) $\gamma = f(H/L)$ pour quinze H/L différents. Comme la relation trouvée est linéaire : $\gamma = \alpha \times H/L$. Nous avons donc finalement :

$$Re = \alpha \frac{H}{L} Ar - \beta. \quad (3.3)$$

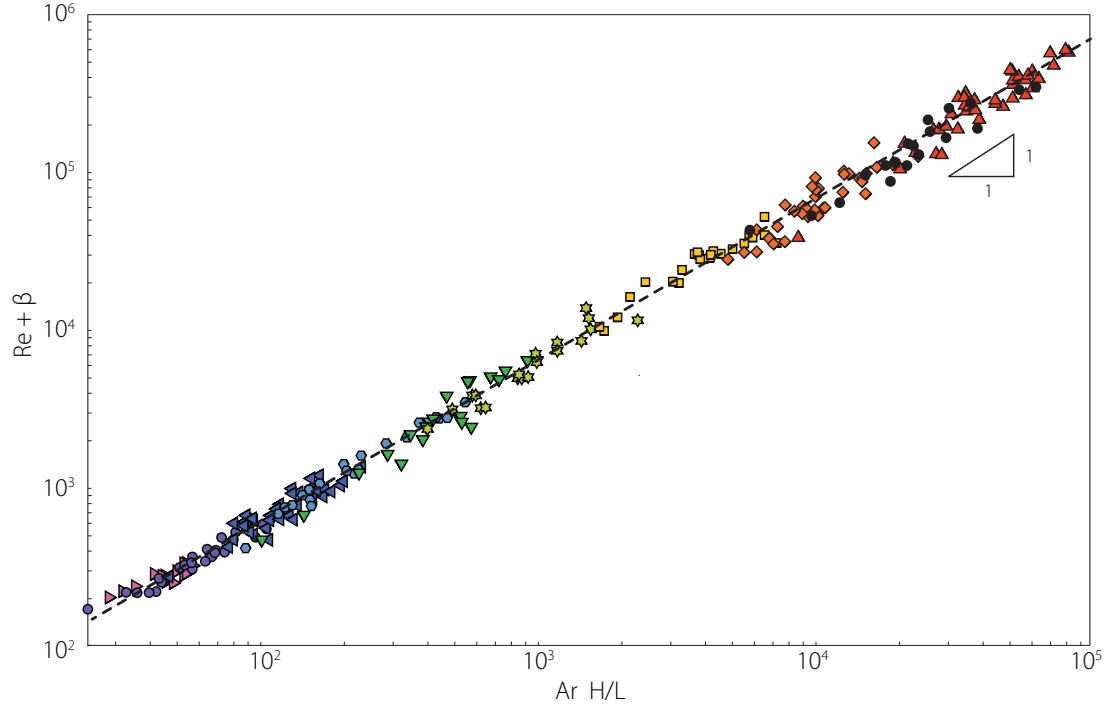


FIGURE 3.9: Relation expérimentale entre $Re + \beta$ et $Ar \times \frac{H}{L}$ pour les données de la figure 3.6. Courbe en pointillés noirs : $y = \alpha x$. Expérimentalement : $\alpha = 6.59$ et $\beta = 104$. Les correspondances des symboles sont indiquées en figure 3.6.

Représentons maintenant $Re + \beta$ en fonction de $Ar \times H/L$ pour toutes nos données expérimentales sur la figure 3.9 : tous les points de la figure 3.7 sont alors alignés sur une même courbe-maîtresse de pente unitaire, sur plus de trois décades ! Les expériences faites dans de l'éthanol, dont la tension de surface est très différente des autres solutions, sont en particulier bien décrites par cette loi d'échelle. Cela signifie que les forces de tension de surface ont un rôle négligeable dans la dynamique des jets observés ici, ce qui justifie bien notre hypothèse.

L'équation (3.3) peut être remise sous forme dimensionnée :

$$v_{\text{jet}} = \alpha \sqrt{gH} \frac{H}{L} - \beta \frac{\mu}{\rho L}, \quad (3.4)$$

La vitesse du jet se décompose donc en deux termes : le premier, $\alpha \sqrt{gH} \frac{H}{L}$, est la signature de l'effondrement gravitaire de la cavité tandis que le second, $\beta \frac{\mu}{\rho L}$, est d'origine visqueuse. **Cette relation reflète en fait la conversion de l'énergie disponible -**

l'énergie potentielle due à la cavité moins la dissipation visqueuse - en énergie cinétique.

Le terme gravitaire est original car il montre que dans cette expérience, la vitesse pertinente n'est pas \sqrt{gH} mais $\sqrt{gH} \frac{H}{L}$: plus le rapport d'aspect de la cavité est grand, plus la focalisation du jet est efficace et donc plus il va vite. Cela peut paraître surprenant mais si deux cavités ont la même profondeur H , c'est celle de largeur L la plus faible (et donc de volume le plus faible) qui produira le jet le plus rapide car son rapport d'aspect sera le plus grand ! Ainsi, pour une série de mesure avec la même largeur de cavité L , la vitesse du jet varie avec $H^{3/2}$ au lieu du $H^{1/2}$ habituel [86]. Ce phénomène de concentration de l'énergie et de la quantité de mouvement a déjà été observé dans d'autres expériences mettant en jeu des jets ayant des forces motrice d'origines diverses [64, 67, 85, 112, 113]. Finalement, nous retrouvons le même résultat que Séon & Antkowiak [62] lors de leur expérience de bullage créant des jets gravitaires, présentée dans la partie 1.2.3.3. Nous pouvons ainsi nous poser la question de la généralité de cette vitesse en $H^{3/2}$: est-elle typique des jets gravitaires focalisés ?

Le terme visqueux est lui aussi inhabituel : en effet, l'influence de la viscosité n'est pas présente sous la forme d'un pré-facteur comme dans une loi d'échelle classique mais elle intervient ici sous la forme d'un terme correctif qui se soustrait au terme moteur gravitaire. Cela signifie que la viscosité agit lors de la création de la tête du jet, pendant la phase d'effondrement de la cavité. C'est bien cohérent avec les observations faites en 3.2.2. De plus, nous voyons que ce terme est proportionnel à μ : plus la viscosité augmente, plus la dissipation est importante, ce qui est logique.

Nous remarquons par ailleurs que même si le terme β est assez faible (environ 100), il est non négligeable par rapport aux nombres de Reynolds des viscosités supérieures à 400 mPa.s qui valent de 100 à 1 000 et il faut donc prendre en compte $Re - \beta$ dans la loi d'échelle. À l'inverse, pour les viscosités les plus faibles (inférieures à 200 mPa.s), l'effet de la viscosité lors de l'effondrement de la cavité est complètement négligeable et la vitesse du jet peut alors être approximée par : $v_{\text{jet}} = \alpha \sqrt{gH} \frac{H}{L}$.

3.3.3 Retour sur l'effet de la viscosité

Dans le paragraphe précédent, nous venons de voir que la dissipation visqueuse a lieu lors de l'effondrement de la cavité et que le terme d'origine visqueuse dans l'expression de la vitesse du jet est proportionnel à μ . Nous allons expliquer cela en revenant à la définition du taux de dissipation visqueuse \mathcal{D} .

Pour un fluide newtonien et incompressible, le taux de dissipation s'exprime comme [114] :

$$\mathcal{D} = \frac{\delta E_c}{\delta t} = \frac{1}{2}\mu \iiint \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2 dV \quad (3.5)$$

où u_i représente la composante selon la direction i du champ de vitesse dans le liquide.

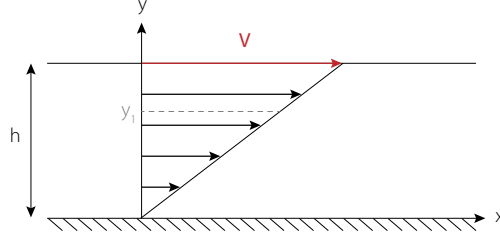


FIGURE 3.10: Écoulement de Couette entre deux plans. Le plan du haut bouge à la vitesse V ce qui entraîne le fluide et crée un champ de vitesse $u_x(y) = \frac{Vy}{h}$.

Ce taux de dissipation correspond à la perte d'énergie cinétique par unité de temps causée par les frottements au sein du liquide. Un cas typique d'écoulement dissipatif est celui de l'écoulement de Couette-plan : le liquide est contenu entre deux plaques parallèles et la plaque du haut est mise en mouvement à la vitesse V_0 comme sur la figure 3.10. Dans ce cas-là, le champ de vitesse vaut $\vec{u} = \frac{Vy}{h}\vec{e}_x$: le gradient normal de vitesse selon y est non nul ce qui cause de la dissipation. En effet, la couche de fluide située en y_1^- , juste en-dessous de la ligne en pointillés, va moins vite que celle située en y_1^+ : ces deux couches frottent l'une sur l'autre ce qui dissipe de l'énergie et ce d'autant plus que la viscosité est grande.

Dans le cas d'une couche limite causée par la présence d'une paroi, le fluide subit un écoulement présentant lui aussi un fort gradient normal de vitesse car la condition de non glissement à la paroi nécessite un raccordement entre la vitesse nulle au bord et non nulle un peu plus loin dans le fluide. Les couches limites sont donc des endroits dissipatifs. Cependant, il est aussi possible de dissiper dans le volume du fluide, comme par exemple dans un écoulement de Couette.

Dans le cas de notre expérience, la dissipation intervient en volume lors de l'effondrement de la cavité, c'est à dire lorsque le fluide afflue radialement vers le fond de la cavité et s'engouffre verticalement dans le jet. La zone de forte dissipation est donc celle située juste en-dessous du jet, comme décrite sur la figure 3.11. En effet, c'est là que sont observés les plus forts gradients de vitesse puisque une particule fluide qui arrive depuis la direction x voit sa vitesse u_x diminuer quand z augmente tandis que sa composante u_z accélère lorsque x diminue.

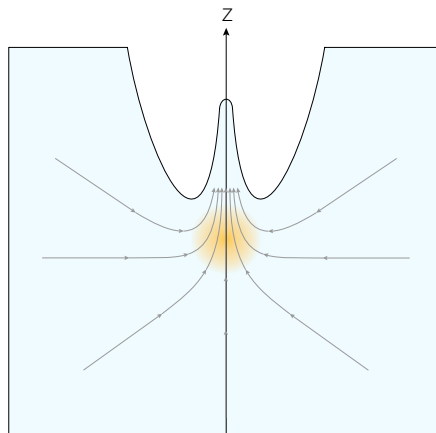


FIGURE 3.11: Schéma de l'écoulement à la base des jets : le liquide est focalisé vers le fond de la cavité et s'engouffre dans le jet. La zone colorée est le lieu de plus forte dissipation car les gradients normaux de vitesse sont importants.

Cette dissipation est localisée sous le jet, là où les gradients de vitesse sont importants. Le terme β de l'équation (3.4) représente donc le coût énergétique lié à la création de la tête du jet, c'est à dire à l'énergie perdue entre le début de l'effondrement de la cavité et le moment où la tête du jet atteint le domaine balistique. En effet, nous avons vu dans la partie 3.2.1 qu'une fois créée, la tête du jet suit une évolution balistique pour au moins la moitié de sa hauteur maximale quelle que soit la viscosité. Il n'y a donc significativement pas de dissipation lors du début de l'ascension du jet et le terme β traduit bien l'énergie perdue pour créer la tête du jet. Bien sûr, une fois la tête du jet passée dans la zone balistique, il y a encore de la dissipation visqueuse à la base du jet tant que le jet est alimenté par le réservoir de liquide, mais cela n'influence pas la tête du jet qui, elle, est déjà lancée dans le régime balistique.

3.3.4 Hauteur du jet

3.3.4.1 Influence de la viscosité sur la hauteur du jet

Nous venons de voir de quelle façon la dissipation visqueuse intervient au niveau de l'alimentation du jet. Nous allons maintenant revenir à l'observation faite à la partie 3.2.2 et expliquer pourquoi la tête du jet quitte la trajectoire balistique environ à mi-hauteur lors d'expérience dans des fluides très visqueux.

Nous verrons dans la partie 4 que le champ de vitesse dans ce type de jet peut s'exprimer comme :

$$\begin{cases} u_z(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0} - g \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0} \\ u_r(r, t) = -\frac{r}{2(t+t_0)} \end{cases}$$

avec t_0 et z_0 des constantes qui dépendent des conditions initiales.

Dans ce cas-là, nous constatons que les gradients normaux de vitesse sont nuls mais que, en revanche, les gradients axiaux de vitesses $\frac{\partial u_z}{\partial z}$ et $\frac{\partial u_r}{\partial r}$ sont non nuls. Ainsi, le taux de dissipation est donc non nul lui aussi. Il s'agit en fait d'un **écoulement élongationnel** puisque, en faisant abstraction de la correction gravitaire, le jet s'étire selon z tout en s'amincissant selon r vu que les particules en tête de jet vont plus vite que celles à des positions plus basses. Dans ce type d'écoulement, on parle alors de *viscosité élongationnelle* ou *viscosité de Trouton* [114, 115] : le coefficient liant les contraintes τ aux taux de déformation *epsilon* en traction vaut trois fois celui obtenu en cisaillement.

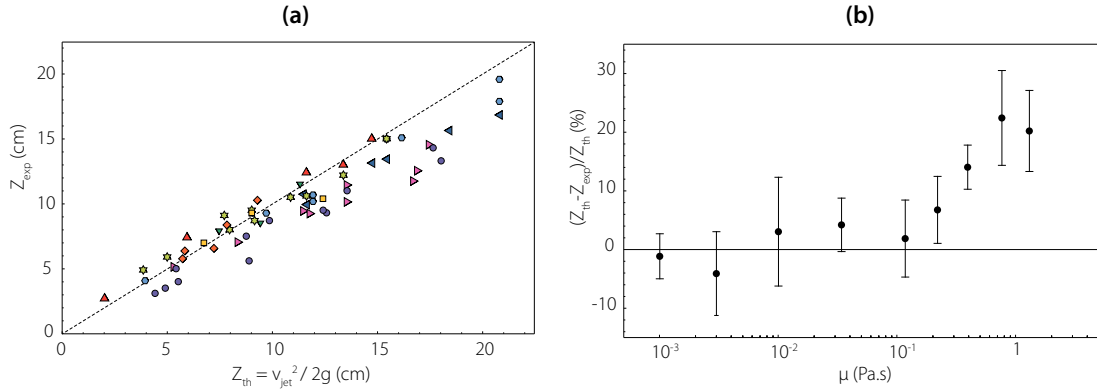


FIGURE 3.12: (a) Z_{exp} en fonction de Z_{th} . Les correspondances des symboles sont indiquées en figure 3.6. (b) Erreur expérimentale $\frac{Z_{th} - Z_{exp}}{Z_{th}}$ en fonction de la viscosité.

Pour quantifier l'effet de la viscosité sur l'ascension du jet, nous avons mesuré la hauteur maximale Z_{exp} atteinte par nos jets et nous l'avons comparée à la valeur théorique $Z_{th} = v_{jet}^2 / 2g$ attendue si la tête du jet suit bien une trajectoire parabolique. La figure 3.12 (a) compare Z_{exp} mesurée pour nos neuf solutions de viscosité différentes et Z_{th} . Nous constatons que la majorité des données s'ordonnent autour de la droite $y = x$ mais que pour les viscosités les plus élevées, les points sont systématiquement en-dessous de cette droite. Cela signifie que la hauteur maximale réellement atteinte par le jet est inférieure à la valeur théorique. Pour finir, nous représentons ces mêmes données sous la forme d'un pourcentage d'erreur : pour chaque viscosité, l'écart $(Z_{th} - Z_{exp}) / Z_{th}$ est calculé, puis une moyenne et un écart type sont réalisés sur les différents jets de cette même viscosité. Ces données sont présentées en figure 3.12 (b) en fonction de la viscosité du liquide. Elles montrent que **jusqu'à des viscosités de l'ordre de 100 mPa.s, le jet est purement balistique** car ce pourcentage d'erreur est nul. Pour des viscosités supérieures, l'écart entre Z_{th} et Z_{exp} se creuse de plus en plus à mesure que la viscosité augmente.

3.3.4.2 Hauteur du jet en fonction de la taille de la cavité

Nous avons vu dans la partie 3.3.4.1 que pour des viscosités jusqu'à 100 mPa.s, la viscosité n'a pas d'influence lors de l'ascension du jet car la hauteur maximale Z_{exp} atteinte par le jet est bien égale à $Z_{\text{th}} = v_{\text{jet}}^2/2g$. Nous venons de montrer dans la partie précédente que pour des viscosités jusqu'à 200 mPa.s, la viscosité n'a pas d'influence lors de l'effondrement de la cavité et que, ainsi, $v_{\text{jet}} \propto \sqrt{gH\frac{H}{L}}$. Cela nous permet d'exprimer Z en fonction des caractéristiques de la cavité pour ces faibles viscosités : $Z \propto H(\frac{H}{L})^2$. La figure 3.13 (a) montre que cette relation est bien vérifiée expérimentalement pour les viscosités concernées.

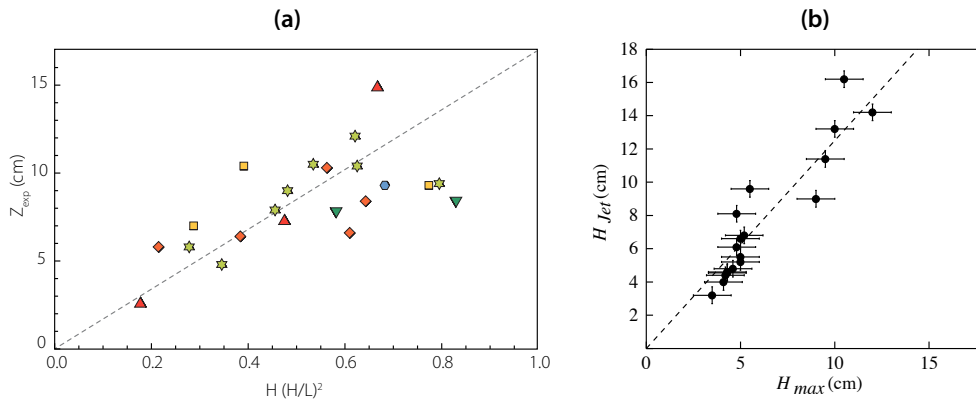


FIGURE 3.13: (a) Hauteur maximale du jet Z_{exp} en fonction de $H(\frac{H}{L})^2$ pour nos expériences les moins visqueuses. (b) Hauteur maximale du jet en fonction de la profondeur de la cavité pour les jets issus de l'éclatement de pétard. Issu de [61].

Nous revenons maintenant à l'étude de Benusiglio *et al.* [61] qui nous fournit un autre exemple de cavités creusées par de l'air. Comme vu dans la partie 1.2.3.2, leur expérience consiste à faire exploser un pétard à la surface d'un liquide, ce qui crée une cavité. La relaxation de la surface libre donne alors naissance à un jet. Contrairement à notre cas où l'écoulement d'air qui engendre la cavité présente un point d'arrêt au fond de celle-ci et une recirculation de l'air le long de la cavité, dans cette expérience avec des pétards, la création de la cavité se fait de façon isotrope. Cela donne alors naissance à des cavités hémisphériques ce qui est différent des nôtres cavités, assez proches de paraboles.

Malgré ces différences, certains points communs semblent apparaître. En effet, ces auteurs ont mesuré la hauteur maximale du jet en fonction de la profondeur de la cavité et ils ont trouvé une relation de proportionnalité (figure 3.13 (b)). Dans leur cas, toutes les cavités sont hémisphériques donc le rapport d'aspect est constant et vaut 0.5. Nous remarquons qu'à rapport d'aspect fixé, notre relation $Z \sim H(\frac{H}{L})^2$ devient simplement $Z \sim H$, ce qui est cohérent avec leurs données. Il serait intéressant de mesurer la vitesse de tels jets afin de vérifier s'il y a bien une relation affine entre le nombre de Reynolds et

le nombre d'Archimède, comme c'est le cas dans nos expériences lorsque l'on sélectionne des données présentant le même rapport d'aspect (figure 3.8 (a)).

Notons que dans ce cas, H et L ne sont pas indépendants et il est alors normal dimensionnellement de ne plus avoir besoin d'un troisième nombre sans dimension pour construire la loi d'échelle. La relation $Re \propto Ar$ indique alors que la vitesse varie proportionnellement à la vitesse caractéristique \sqrt{gH} . Cette expérience de cavité créée par des pétard peut être vue comme un cas particulier de jet gravitaire où le rapport d'aspect de la cavité ne peut valoir que 0.5.

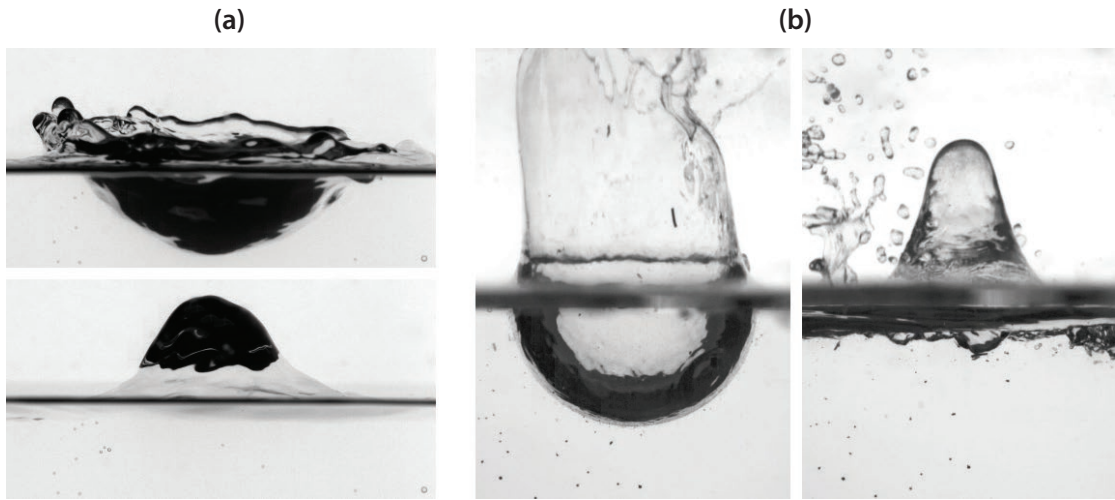


FIGURE 3.14: Cavités et jets obtenus pour (a) une de nos expériences ayant un faible rapport d'aspect (ici $H = 1.97$ cm, $L = 6.58$ cm, $H/L = 0.30$ et $v_{\text{jet}} = 0.56$ m.s⁻¹) et (b) dans le cas de l'explosion d'un pétard (extrait de [61]). Le jet est présenté à sa hauteur maximale.

Remarquons que dans notre étude, la loi d'échelle 3.3 et les hauteurs de jet (figure 3.13) incluent aussi des cavités dont les rapports d'aspect sont faibles. La figure 3.14 présente le jet le moins rapide et le moins haut obtenue dans l'eau dans notre étude et un jet de Benusiglio *et al.* : on voit qu'ils ont la même allure. Finalement, si les hauteurs observées par ces auteurs ne sont pas très élevées, c'est sûrement à cause des rapports d'aspect peu élevés (0.5 puisqu'ils ont des hémisphères) mis en jeu dans cette expérience.

3.3.5 Forme du jet

Après avoir déterminé la dynamique de la tête du jet, nous nous intéressons maintenant à l'évolution du jet une fois éjecté et, en particulier, à sa forme. Dans la partie 3.2.2, nous avons montré que lors du début de l'ascension du jet, la viscosité n'a pas d'influence. Vu la taille du jet, la tension de surface ne joue pas de rôle non plus. Enfin, les vitesses d'éjection sont suffisamment grandes pour que le nombre de Froude soit supérieur à 1 (cf. figure 3.7) : l'inertie domine la gravité lors du début de l'ascension. Ainsi, une fois lancé, le jet n'est soumis qu'à son inertie lors du début de son ascension.

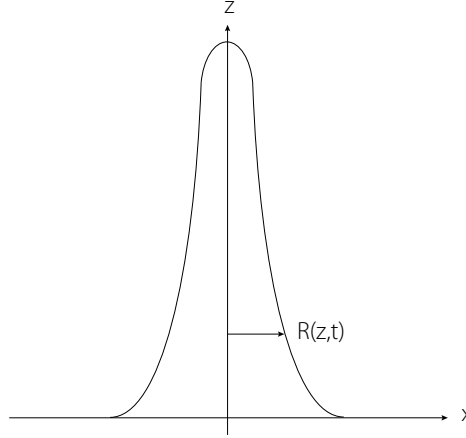


FIGURE 3.15: Notations utilisées.

En se plaçant dans l'approximation d'un écoulement unidirectionnel (jet étiré), nous pouvons écrire les équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement (équation de Burgers) suivantes [116] :

$$\frac{\partial R}{\partial t} + u \frac{\partial R}{\partial z} = -\frac{1}{2} R \frac{\partial u}{\partial z}, \quad (3.6a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (3.6b)$$

où $u(z, t)$ est la vitesse du liquide et $R(z, t)$ désigne le rayon du jet à la position z et à l'instant t . Les notations sont indiquées sur le schéma 3.15.

Nous verrons dans le chapitre 4 que si la vitesse dans le jet en $z = 0$ décroît suffisamment vite, la solution de l'équation de Burgers (3.6b) tend vers la solution autosimilaire attractive :

$$u(z, t) = \frac{z + z_0}{t + t_0}, \quad (3.7)$$

où z_0 et t_0 sont des constantes qui dépendent des conditions initiales et telles que $v_{\text{jet}} = u(z = 0, t = 0) = z_0/t_0$.

Nous cherchons alors une solution autosimilaire pour le rayon du jet et nous la notons : $R(z, t) = C (z + z_0)^a (t + t_0)^b$ (où C est une constante dimensionnée qui ne dépend pas de z et de t). En injectant l'équation (3.7) dans l'équation (3.6a), nous obtenons : $(a + b)(z + z_0)^a (t + t_0)^{b-1} = -1/2 (z + z_0)^a (t + t_0)^{b-1}$ d'où $a + b = -1/2$. Ainsi, pour la solution de la vitesse du jet de l'équation (3.6b) en z/t , plusieurs formes de jet semblent possibles.

Pour déterminer entièrement l'évolution du jet dans notre cas, nous traçons en figure 3.16 l'évolution du rayon du jet à cinq hauteurs z différentes en fonction du temps.

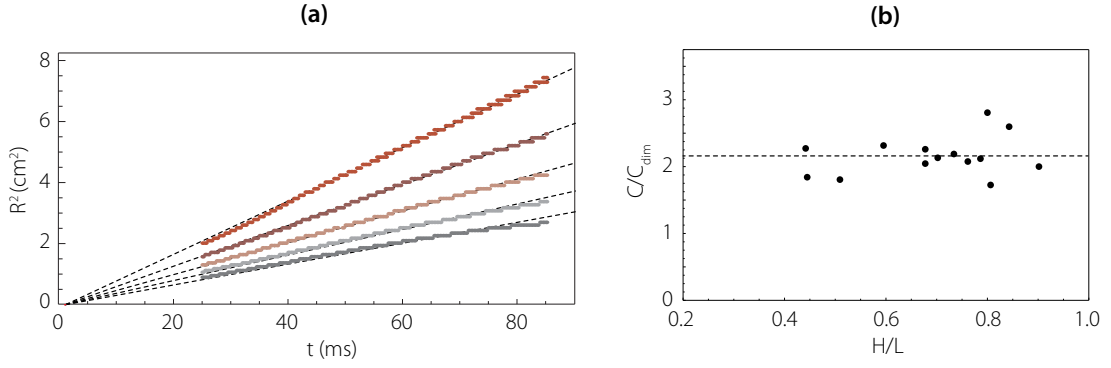


FIGURE 3.16: (a) Évolution du rayon d'un jet de nos expériences en fonction du temps : $R^2 \propto t$. (b) Valeurs expérimentales de la constante C comparées à l'expression $C_{\text{dim}} = (gH)^{1/4} L^{3/2}$. Rapport C/C_{dim} tracé en unités arbitraires.

Nous constatons que R^2 varie linéairement avec le temps et qu'il dépend de z :

$$R(z, t) = A(z) \sqrt{t + t_0} \quad (3.8)$$

Ainsi, $b = 1/2$ et donc $a = -1$. Finalement, l'expression du rayon du jet est :

$$R(z, t) = C \frac{\sqrt{t + t_0}}{z + z_0} \quad (3.9)$$

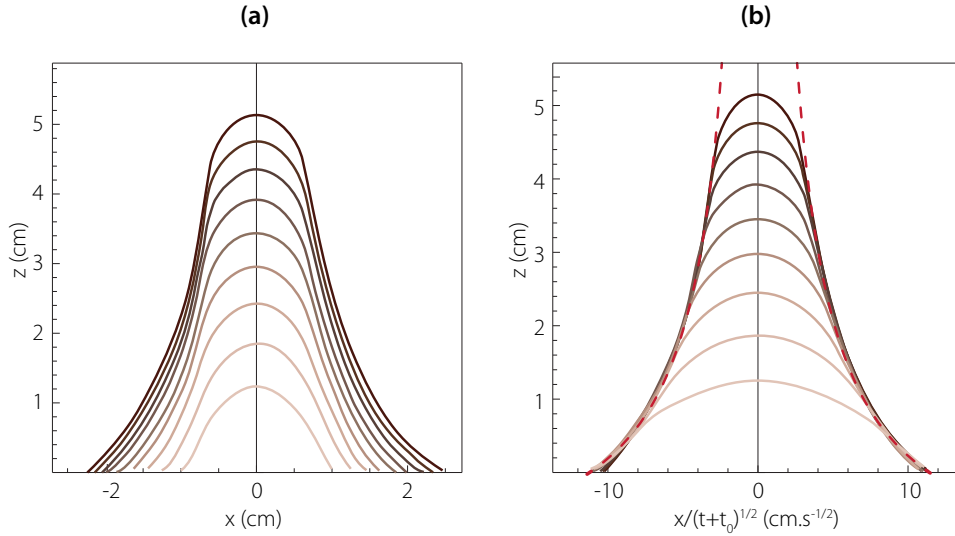


FIGURE 3.17: (a) Profils bruts du jet correspondant aux mêmes données que la figure 3.16. (b) Remise à l'échelle en utilisant les variables $(\frac{x}{(t+t_0)^{1/2}}, z)$. Courbes en pointillés : profils hyperboliques d'équation $z = \frac{C}{x} - z_0$.

La figure 3.17 (a) présente les profils successifs du même jet que celui dont sont issus les courbes de la figure 3.16, régulièrement espacés dans le temps ($\Delta t = 5$ ms). Ces profils correspondent au début de l'ascension du jet. Afin de vérifier expérimentalement l'expression (3.9), nous traçons chaque profil sous la forme $z = f(R/\sqrt{t + t_0})$ (figure

3.17 (b)) : les flancs des profils sont alors réunis sur une même courbe-maîtresse de forme hyperbolique en $z = \frac{C}{x} - z_0$. L'expression (3.9) décrit bien la forme du jet lors du début de son ascension, même pour un jet dans un liquide fortement visqueux ($\mu = 763$ mPa.s sur la figure).

La constante C qui apparaît dans l'expression de $R(z, t)$ peut être évaluée dimensionnellement : $[C] = [L]^2[T]^{-1/2}$. Or, nous utilisons depuis le début de cette étude la largeur de la cavité L comme longueur caractéristique et \sqrt{gH} comme vitesse caractéristique, soit L/\sqrt{gH} comme temps caractéristique. Ainsi, dimensionnellement, la constante C vaut $C_{\text{dim}} = (gH)^{1/4}L^{3/2}$. Afin de vérifier cette relation, nous traçons C/C_{dim} en fonction de H/L sur la figure 3.16 (b). Nous observons que C/C_{dim} est bien constant ce qui donne $C \sim C_{\text{dim}}$. Cela signifie, que la largeur du jet dépend des paramètres de la cavité : à un temps et un z donnés, la largeur du jet augmente avec L et avec H .

3.3.6 Modèle énergétique simple

Dans ce paragraphe, nous allons montrer qu'avec des arguments énergétiques simples il est possible de retrouver la dépendance de v_{jet} avec H et L . Pour cela, nous nous plaçons dans le cas où l'on peut négliger la dissipation visqueuse lors de l'effondrement de la cavité soit $\beta\mu/\rho \ll \alpha\sqrt{gH}H$, donc $\mu \leq 200$ mPa.s pour les H considérés. Le jet est alors purement balistique. En première approximation, nous pouvons considérer que le liquide autour de la cavité est initialement au repos et que le volume de celle-ci est équivalent à L^2H . L'énergie potentielle gravitaire U en surplus due à la présence de la cavité initiale vaut donc :

$$U = -2\pi \int_{r=0}^{r_{\text{cavité}}} \int_{z=-H}^0 \rho g z r dr dz \quad (3.10)$$

Or, la forme de la cavité est $z(r) = H((\frac{2r}{L})^{\frac{5}{2}} - 1)$, soit $r_{\text{cavité}}(z) = \frac{L}{2}(\frac{z}{H} + 1)^{\frac{2}{5}}$.

$$U = -\rho g \pi \frac{L^2}{4} H^2 \int_{z=-1}^0 z(z+1)^{\frac{4}{5}} dz \propto \rho g L^2 H^2 \quad (3.11)$$

L'écoulement issu de l'effondrement de la cavité qui permet de nourrir le jet est de plus en plus faible au fur et à mesure que la cavité se remplit. Ainsi, au bout d'un temps suffisamment long toute l'énergie potentielle U se sera alors transformée en énergie cinétique du jet T . L'eau en-dessous du niveau $z = 0$ sera alors pratiquement au repos et donc ne contribuera pas au premier ordre à l'énergie cinétique totale. Connaissant l'évolution du rayon du jet (équation (3.9)) et la vitesse dans celui-ci (équation (3.7)), nous pouvons écrire :

$$T = \int_{z=0}^{v_{\text{jet}}t} \frac{1}{2} \rho u^2(z, t) \pi r^2(z, t) dz \propto \rho C^2 v_{\text{jet}} \propto \rho \sqrt{gH} L^3 v_{\text{jet}}. \quad (3.12)$$

Il ne nous reste plus qu'à équilibrer l'énergie potentielle de gravité U avec l'énergie cinétique du jet T pour obtenir :

$$v_{\text{jet}} \propto \sqrt{gH} \frac{H}{L}. \quad (3.13)$$

Nous voyons à travers ce petit raisonnement en loi d'échelle que l'effet de la focalisation spatiale de l'énergie est important pour bien comprendre la dynamique du jet. Si nous ne considérons pas cette focalisation du liquide, le raisonnement deviendrait alors le même que celui de Lorenceau *et al.* [86] pour obtenir la vitesse d'une colonne liquide qui envahit un tube de largeur L initialement vide sur une profondeur H . L'expression de l'énergie potentielle est alors $U' \propto \rho g (HL^2)H$ et celle de l'énergie cinétique vaut $T' \propto \rho L^2 Z_{\text{exp}} v_{\text{jet}}^2$ car le jet possède la même largeur L que le tube qui le contient. De plus, dans leur cas $Z_{\text{exp}} = H$ donc en équilibrant l'énergie potentielle et l'énergie cinétique, ils trouvent bien $v_{\text{jet}} \propto \sqrt{gH}$ comme dans leurs expériences. Ainsi, si le jet ne subit pas de focalisation spatiale, il a bien pour vitesse caractéristique la vitesse gravitaire \sqrt{gH} .

3.4 Jets d'impact de bille

3.4.1 But de l'expérience

Dans cette partie, nous allons étudier d'autres jets créés par l'effondrement gravitaire de cavités dans des liquides visqueux et comparer leur dynamique à ceux de la partie 3.3. Les expériences présentées dans la suite correspondent au travail d'Adeline Alici, stagiaire de Master 1 que j'ai supervisée.

Nous avons vu dans la partie 1.2.5.2 que la chute d'un objet dans un liquide peut créer une cavité et donner naissance à un jet tel que celui de la figure 1.23. Les cavités sont de tailles centimétriques, donc nous pourrions nous attendre à ce que la vitesse d'éjection du jet soit issue de l'équilibre entre l'inertie et la gravité comme pour les jets de la partie précédente. Cependant, la cavité obtenue lors de l'impact d'un objet dans un liquide est particulière car son rayon minimal tend vers zéro lorsqu'elle se scinde en deux portions. Au moment de ce pincement, la cavité ainsi créée à la surface du liquide présente une très forte courbure là où le détachement vient d'avoir lieu puisque la taille minimale de la cavité r_{min} est très faible (cf. figure 3.18). Cela entraîne alors un important saut de pression de Laplace qui engendre une forte vitesse d'éjection de la tête du jet. En effet, Gekle *et al.* [82] ont montré que cette vitesse dépend directement de r_{min} . De plus, ils ont vu que ce r_{min} n'influence la dynamique du jet que dans les premiers instants. Ils observent qu'ensuite, la dynamique du reste du jet est régie par les écoulements qui

affluent sous la cavité. Vu les tailles de cavités mises en jeu, nous suspectons que ces écoulements soient d'origine gravitaire.

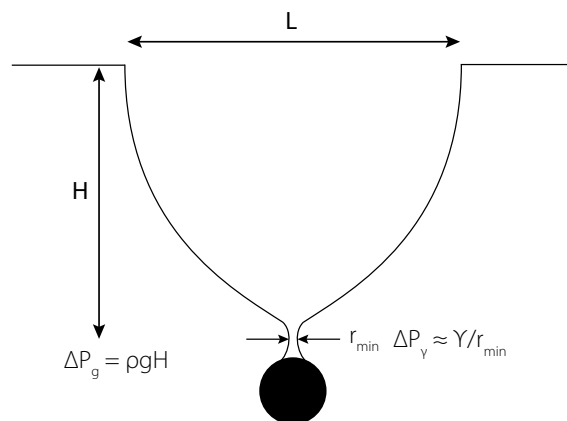


FIGURE 3.18: Schéma d'une cavité créée par la chute d'une bille dans un liquide visqueux sur le point de se pincer. La largeur minimale à l'endroit du pincement est notée r_{\min} . Un instant plus tard, le cou liquide casse et un jet est créé, soit à cause du ΔP_g soit à cause du ΔP_γ . Nous supposons qu'à des viscosités assez grandes, la dynamique est de moteur gravitaire.

Afin de réaliser cette expérience en nous affranchissant de l'influence de ce r_{\min} , nous choisissons d'employer des liquides très visqueux dans l'idée que cela permettra de « tuer » la dynamique très rapide des premiers instants. En effet, si la viscosité augmente, nous pouvons espérer que le saut de pression de Laplace ne s'équilibrera plus avec l'inertie du jet mais avec la viscosité. Dans ce scénario, la vitesse engendrée suite au pincement de la cavité deviendra négligeable par rapport à la vitesse gravitaire induite par l'effondrement de la cavité centimétrique : les jets seront alors gravitaires.

Finalement, nous pourrons comparer la dynamique des jets de la partie précédente à celle de ces jets issus de l'impact d'une bille dans un liquide visqueux, que l'on espère de moteur gravitaire aussi. Cette nouvelle expérience permet notamment de tester de nouvelles forme de cavité car les cavités obtenues dans ce cas [79] sont très différentes de celles de la partie 1.2.5.2.

3.4.2 Dispositif expérimental

L'expérience consiste à lâcher des billes depuis différentes hauteurs dans un aquarium contenant un mélange d'eau et de glycérol. Le dispositif expérimental utilisé est présenté sur la figure 3.19. Une bille est tenue par une pince à une hauteur variable comprise entre 20 cm et 50 cm au-dessus de la surface du liquide. À $t = 0$, la pince lâche la bille et celle-ci tombe dans l'aquarium où elle donne naissance à une cavité puis à un jet. Dans cette étude, nous avons utilisé quatre mélanges d'eau et de glycérol dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 3.20. Plusieurs billes en acide ploylactique

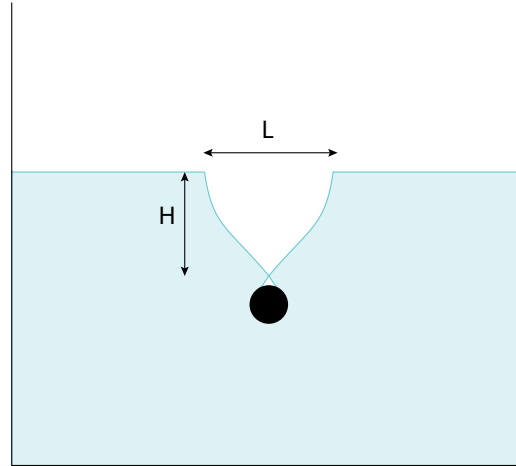


FIGURE 3.19: Schéma du dispositif expérimental utilisé pour étudier l'impact d'une bille dans un liquide visqueux. La bille est lâchée au-dessus de l'aquarium et elle entraîne la formation d'une cavité durant sa chute. Cette cavité donne ensuite naissance à un jet.

(PLA), d'un diamètre de 16.8 mm à 26.4 mm et de densité 0.39 à 1.22, ont été réalisées à l'imprimante 3D. La chute de la bille, la formation de la cavité et l'émergence du jet sont enregistrées avec une caméra rapide Pantom V7.11 à 1 000 images par seconde.

Solution	(1)	(2)	(3)	(4)
Eau (%)	9	5	3	1
Glycérol (%)	91	95	97	99
ρ (kg.m ³)	1 239	1 249	1 254	1 259
μ (mPa.s)	190	413	573	832
γ (mN.m ⁻¹)	65	65	65	65

FIGURE 3.20: Caractéristiques des solutions utilisées pour l'étude de la chute d'une bille dans un liquide et du jet qui en résulte. Viscosités approximatives, à corriger en fonction de la température.

La figure 3.21 est une séquence d'images issues d'une expérience faite dans une solution de viscosité 400 mPa.s. Nous voyons sur la seconde image le moment où la bille est sur le point de se détacher de la cavité qu'elle vient de créer. Sur l'image suivante, la cavité a commencé à relaxer et un jet en émerge. Le jet se développe ensuite de façon très similaire à ceux de la partie précédente : cela laisse penser que sa dynamique est peut être gravitaire. Nous voyons aussi qu'il est beaucoup plus épais que celui obtenu dans de l'eau par Gekle *et al.*, donc pour une viscosité 400 fois inférieure, sur la figure 1.23. À la fin de cette séquence, le jet commence à retomber sous l'effet de la gravité.

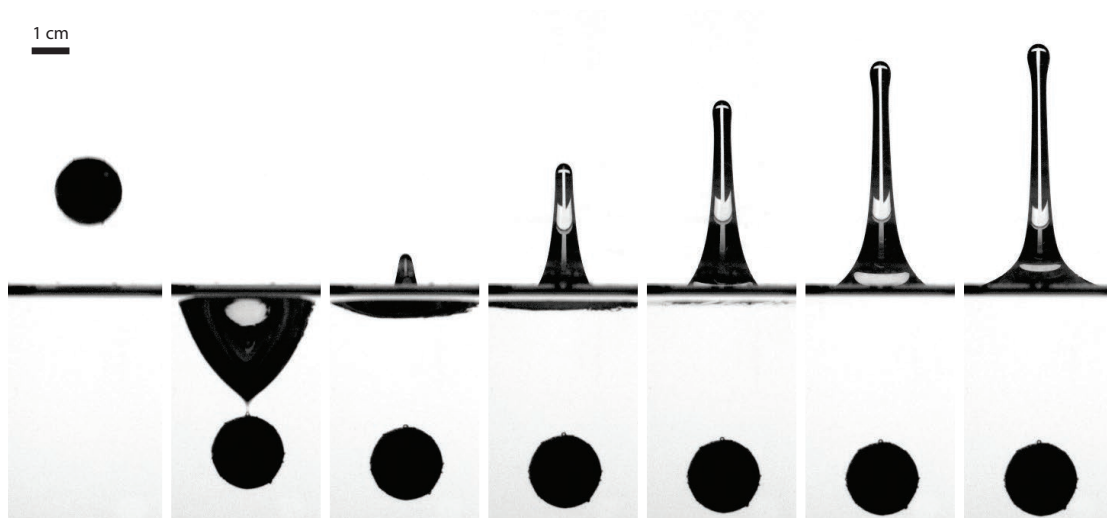


FIGURE 3.21: Séquence d'image montrant la création d'une cavité puis d'un jet lors de la chute d'une bille dans un liquide de viscosité 412 mPa.s. La bille a un diamètre de 17.8 mm et une densité de 981 kg.m^{-3} . $\Delta t_{1-2} = 62 \text{ ms}$ et ensuite $\delta t = 22 \text{ ms}$. $H = 2.96 \text{ cm}$, $L = 3.61 \text{ cm}$ et $v_{\text{jet}} = 1.31 \text{ m.s}^{-1}$.

3.4.3 Caractérisation des cavités

Nous avons commencé par caractériser les cavités obtenues lors du lancer de bille afin de les comparer à celles de la partie 3.3.1. Pour chaque expérience, le profil de la cavité est extrait sur l'image juste avant que la bille se détache de la cavité¹. Comme observé par Le Goff *et al.* [79], lorsque le liquide est très visqueux le pincement a lieu très proche de l'objet qui est tombé. En effet, dans les cas peu visqueux celui-ci est localisé environ à la moitié de la cavité avant pincement [75].

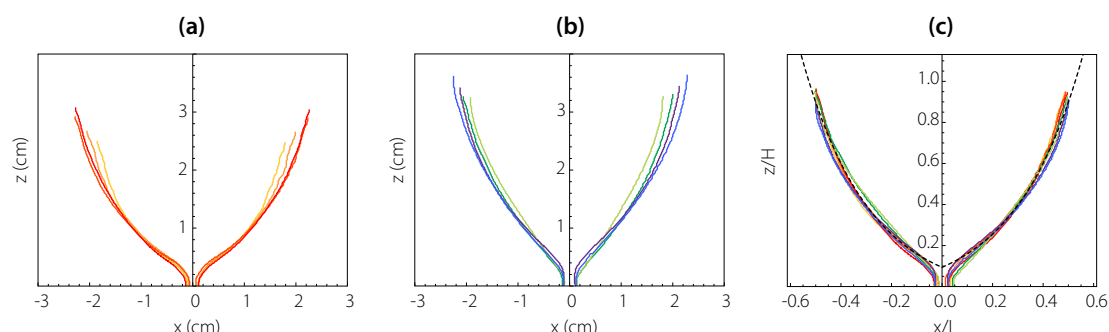


FIGURE 3.22: Cavités obtenues lors de l'impact d'une bille (a) lancée de différentes hauteurs dans le même liquide ($\mu = 390 \text{ mPa.s}$) et (b) dans quatre liquides différents ($190 \text{ mPa.s} < \mu < 830 \text{ mPa.s}$). (c) Ces cavités ont la même forme une fois adimensionnées par L et par H . Celle-ci est proche d'une exponentielle (courbes pointillés noirs).

Sur la figure 3.22 (a), chaque profil correspond à une hauteur de lâcher de bille différente, obtenues pour une même bille dans une solution de viscosité environ 400 mPa.s.

1. Le nombre d'image par seconde utilisé ici ne permet pas une résolution temporelle suffisante pour bien voir le détachement de la bulle.

La figure 3.22 (b), montre quelques cavités réalisées dans les diverses solutions pour une même bille (différente de la précédente). Nous constatons en figure 3.22 (c) qu'une fois les abscisses et les ordonnées adimensionnées par L et par H toutes les cavités suivent alors la même courbe-maîtresse quelles que soit la viscosité et la hauteur de chute de la bille. **Nous obtenons donc des cavités de formes similaires.** Nous avons réalisé d'autres expériences avec des billes de diamètres et de densités différents et nous parvenons au même résultat. Les cavités les plus petites, celles dont la profondeur est inférieure au rayon de la bille, ont une forme légèrement différente. Elles ne sont pas représentées ici et ne seront pas prises en compte dans l'étude. Par ailleurs, une analyse plus détaillée du rapport d'aspect instantané de la cavité $h(t)/l(t)$ montre un très bon accord avec les résultats de Le Goff [79]. Nous avons donc créé des cavités de formes différentes de celles façonnées par l'air comprimé (ici, la forme est proche d'une exponentielle, alors que pour les jets précédents nous avions une puissance 2.5) et nous allons maintenant pouvoir comparer la dynamique des jets issus de ces deux types de cavités.

3.4.4 Dynamique du jet

Dans cette partie, nous allons mesurer la vitesse d'éjection de ces jets afin de voir s'ils présentent la même dynamique que les jets de la partie 3.3. Nous avons vu que ces derniers ont une vitesse qui suit l'équation (3.4). Celle-ci se décompose en un terme issu de l'équilibre entre la pression hydrostatique $\rho g H$ et l'inertie du liquide corrigé par le rapport d'aspect de la cavité (qui traduit une focalisation de l'énergie) moins un terme dû à la dissipation visqueuse lors de la création de la tête du jet.

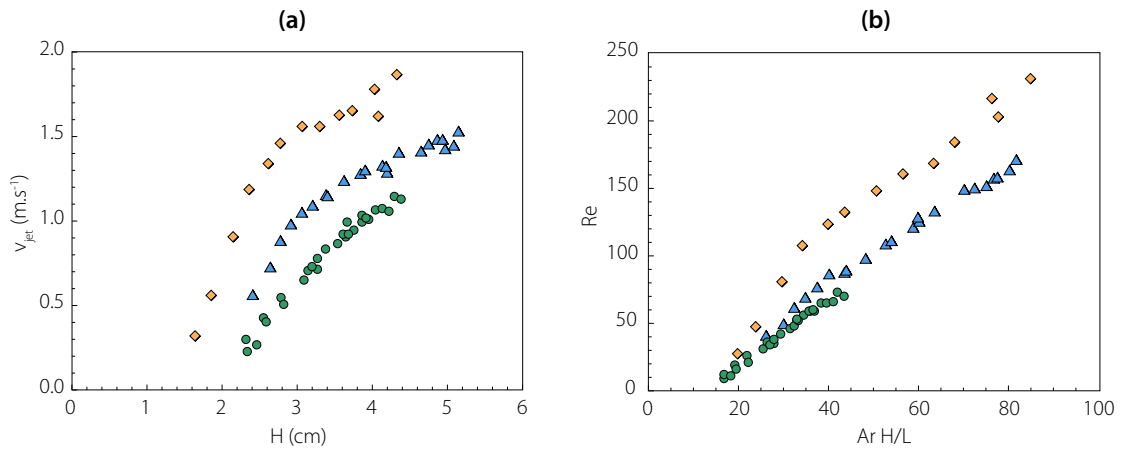


FIGURE 3.23: (a) v_{jet} en fonction de H pour trois viscosités différentes : 412 mPa.s (losanges), 572 mPa.s (triangles) et 830 mPa.s (ronds). (b) Relation entre Re et $Ar H/L$ pour ces données : la loi d'échelle de la partie 3.3 n'est pas vérifiée dans ce cas.

Comme dans la partie 3.3, la vitesse d'éjection du jet est mesurée au moment où la tête du jet passe le niveau $z = 0$ du liquide au repos. La figure 3.23 (a) présente la

vitesse d'éjection des jets en fonction de la profondeur H de la cavité dont ils sont issus, pour une bille de rayon 16.8 mm et de masse volumique $1\,222\text{ kg.m}^{-3}$. Nous constatons que la vitesse augmente bien avec la profondeur de la cavité : cela signifie que l'origine de ces jets est bien, au moins en partie, l'énergie potentielle de gravité. De plus, comme attendu, la vitesse diminue quand la viscosité augmente comme dans le cas des jets de la partie 3.3. Notons que ces courbes $v = f(H)$ ont l'air beaucoup plus régulières que celles obtenues pour les cavités creusées à l'air comprimé (figure 3.6) car ici, H et L ne sont pas sélectionnés de façon indépendante lorsqu'on lâche la même bille de différentes hauteurs. En effet, plus la profondeur est grande et plus la largeur est grande aussi. Pour obtenir des largeurs différentes pour une même hauteur, il faut utiliser une bille de taille ou de masse différente.

Afin de voir si la loi d'échelle 3.3 est vérifiée dans cette expérience, nous traçons sur la figure 3.23 (b) le nombre de Reynolds $Re = \rho v_{\text{jet}} L / \mu$ en fonction du nombre d'Archimède $Ar = \rho \sqrt{gHL} / \mu$ multiplié par le rapport d'aspect de la cavité H/L . Nous constatons que pour l'expérience de chute de bille, **cette loi d'échelle n'est pas valable** : les données issues de trois viscosités différentes ne se superposent pas sur la même courbe-maîtresse contrairement à la figure 3.9 de la partie précédente. Nous pouvons formuler plusieurs pistes pour comprendre cette différence :

- D'une part, l'écoulement à la base du jet peut être gêné par la présence de la bille. Cela risque alors d'empêcher la focalisation du liquide qui s'engouffre dans le jet et de donner une vitesse de jet différente de celle de l'équation (3.4).
- Cette expérience de chute de bille a été réalisée pour tester une forme de cavité de taille centimétrique différente de celles de la partie 3.3 et de l'étude de Séon & Antkowiak [62]. Peut-être que cette nouvelle forme de cavités ne permet pas d'obtenir des jets suivant l'évolution (3.4).
- Nous avons fait le choix de travailler ici avec des liquides suffisamment visqueux ($\mu > 200\text{ mPa.s}$) pour gommer le comportement singulier pouvant exister à cause du pincement de la bulle (cf. 3.4.1). Ces viscosités sont peut-être pas assez élevées pour que seul le caractère gravitaire du jet demeure.

Afin de vérifier ce dernier point, nous pouvons commencer par regarder la forme des jets produits dans nos quatre solutions. Sur la figure 3.24, nous comparons l'allure de quatre jets issus d'une cavité de même profondeur (et de largeur sensiblement identique) mais à des viscosités différentes. Nous constatons que pour les trois viscosités les plus élevées, l'allure des jets est comparable à ceux qui ont été obtenus dans la partie 3.3. A contrario, pour la viscosité la plus faible (195 mPa.s), nous voyons que le jet est très fin au moment où il jaillit (flèche rouge), avant de devenir plus épais dans un second

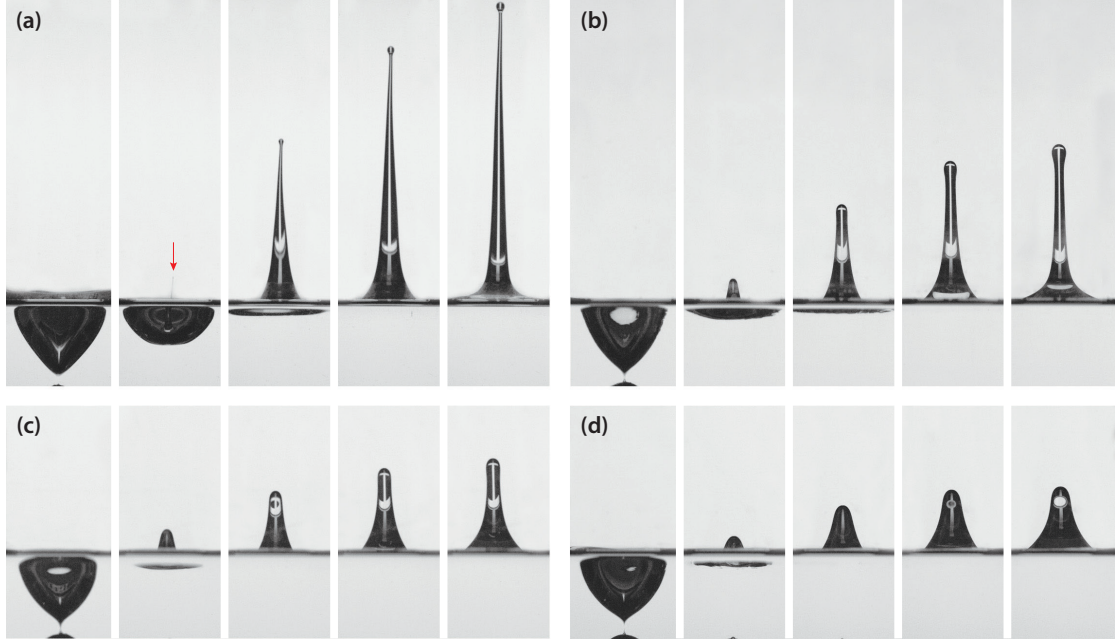


FIGURE 3.24: Comparaison de l'allure des jets obtenus pour une même profondeur $H = 3$ cm et des viscosités différentes : (a) $\mu = 195$ mPa.s avec $\Delta_{1-2} = 10$ ms et $\delta t = 40$ ms, (b) $\mu = 412$ mPa.s avec $\Delta_{1-2} = 22$ ms et $\delta t = 30$ ms, (c) $\mu = 570$ mPa.s avec $\Delta_{1-2} = 26$ ms et $\delta t = 20$ ms et (d) $\mu = 759$ mPa.s avec $\Delta_{1-2} = 27$ ms et $\delta t = 20$ ms.

temps. Ce jet très fin nous rappelle les jets observés dans la partie 1.2.5. **Il semblerait donc que ce jet n'ait pas un moteur purement gravitaire** puisqu'il ressemble à la superposition d'un jet rapide et fin (singulier?) et d'un jet plus épais et un peu plus lent (gravitaire?).

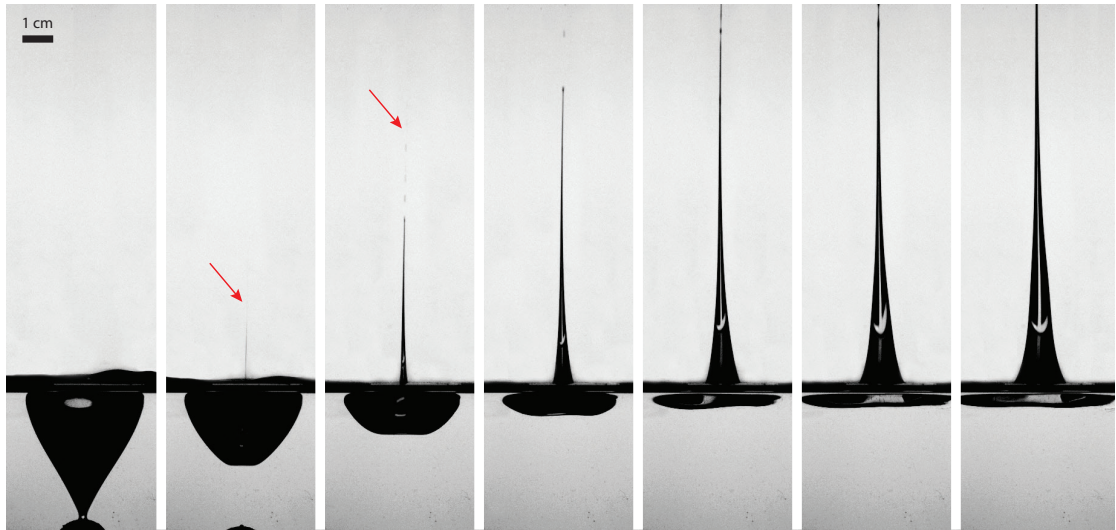


FIGURE 3.25: $H = 4.1$ cm, $L = 3.9$ cm et $H/L = 1.05$. $v_{\text{jet}} \sim 50$ m.s $^{-1}$. $\mu = 195$ mPa.s avec $\Delta_{1-2} = 27$ ms et $\delta t = 20$ ms.

La figure 3.25 montre un autre jet obtenu à cette viscosité de 195 mPa.s, où ce double comportement est bien visible : le jet jaillit à plus de 50 m.s $^{-1}$, ce qui est nettement

supérieur aux vitesses observées dans nos expériences de jets gravitaires de la partie 3.3 et par Séon & Antkowiak [62] pour des cavités de même profondeur et de même rapport d'aspect. De même que sur la figure 3.24 (a), ce jet devient ensuite plus épais.

Dans la partie 3.4.1, nous avons supposé que pour des fortes viscosités la dynamique d'éjection du jet est gouvernée par la pression hydrostatique ΔP_g , ce qui suppose que la vitesse liée au saut de pression de Laplace ΔP_γ est négligeable. Pour évaluer l'importance de chacune de ces contributions sur la vitesse d'éjection du jet, nous pouvons calculer les vitesses caractéristiques de chacun de ces comportements et les comparer. Le schéma 3.26 résume les différents cas envisageables.

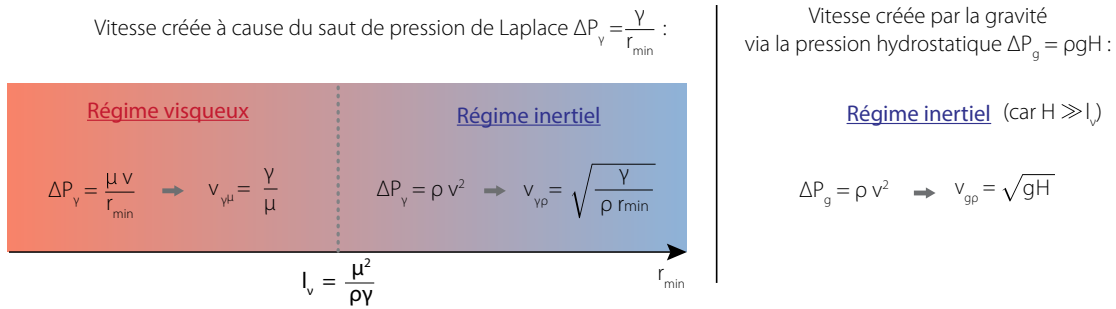


FIGURE 3.26: Schéma résumant les différentes vitesses caractéristiques selon la viscosité du fluide et r_{\min} .

- Si le liquide est peu visqueux : La taille minimale au fond de la cavité lorsque celle-ci se détache r_{\min} est supérieure à la longueur inertio-visqueuse l_ν . ΔP_γ est donc équilibrée par l'inertie du liquide qui s'engouffre pour former la tête du jet ρv^2 , ce qui donne la vitesse caractéristique $v_{\gamma\rho} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho r_{\min}}}$. Il faut alors comparer cette vitesse à la vitesse typique gravitaire $v_{g\rho} = \sqrt{gH}$, issue de l'équilibre entre l'inertie du liquide et la pression hydrostatique.
- Si le liquide est assez visqueux : Cela correspond au cas où $r_{\min} < l_\nu$. ΔP_γ s'équilibre alors avec les forces visqueuses, ce qui donne la vitesse typique $v_{\gamma\mu} = \sqrt{\frac{\gamma}{\mu}}$, à comparer avec $v_{g\rho} = \sqrt{gH}$.

Pour savoir dans quel régime se situer en fonction de la viscosité, il faut donc connaître la valeur de r_{\min} . D'après Burton & Taborek [83], r_{\min} dans l'eau semble être autour de 10 μm . Dans l'eau l_ν vaut environ 14 nm : ce liquide se situe bien dans le cas peu visqueux ci-dessus. Pour des liquides de viscosités supérieures à 100 mPa.s, r_{\min} serait en revanche de l'ordre de 3 μm [117]. Pour nos quatre solutions étudiées ici, les l_ν obtenues sont indiqués dans le tableau 3.27 : elles sont toutes supérieures à r_{\min} ce qui signifie que l'on est dans le second cas énoncé ci-dessus.

Ainsi, pour savoir quel est le comportement dominant, il nous reste à estimer \sqrt{gH} . Dans cette étude, les cavités ont des profondeurs typique de l'ordre de 4 cm : cela donne $v_{g\rho} = 0.6 \text{ m.s}^{-1}$. Nous constatons donc que, vu les valeurs de $v_{\gamma\mu}$ et de $v_{\gamma\rho}$ recueillies dans le tableau 3.27, ces dernières ne sont pas vraiment négligeables devant cette vitesse gravitaire. Ces vitesses sont du même ordre de grandeur. Finalement, il n'est donc pas étonnant que la dynamique de ces jets n'obéisse pas à la loi (3.4) puisqu'ils ne sont pas uniquement d'origine gravitaire. Au moment de la création de la tête du jet, là où est déterminée la vitesse d'éjection, il faut sûrement prendre en compte les deux contributions de pression : ΔP_γ et ΔP_g .

Solution	r_{\min}	$l_\nu = \mu^2/\gamma\rho$	$v_{\gamma\mu} = \gamma/\mu$	$v_{\gamma\rho} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho r_{\min}}}$
Eau	$\sim 10 \text{ } \mu\text{m}$	14 nm		72 m.s^{-1}
(1)	$\sim 3 \text{ } \mu\text{m}$	$500 \text{ } \mu\text{m}$	0.32 m.s^{-1}	
(2)	$\sim 3 \text{ } \mu\text{m}$	2 mm	0.16 m.s^{-1}	
(3)	$\sim 3 \text{ } \mu\text{m}$	4.5 mm	0.11 m.s^{-1}	
(4)	$\sim 3 \text{ } \mu\text{m}$	8 mm	0.08 m.s^{-1}	

FIGURE 3.27: Comparaison entre la taille minimale au fond de la cavité r_{\min} et l_ν pour nos différentes solutions et valeur de la vitesse associée au saut de pression de Laplace selon le régime à considérer.

Nous pouvons remarquer que dans ce raisonnement, nous n'avons pas considéré le cas où l'inertie du liquide qui afflue vers la cavité est le moteur de la dynamique du jet, à la place de ΔP_γ et ΔP_g . Nous aurions ainsi pu avoir un $\Delta P_\rho = \rho \dot{r}_{\min}^2$ comme moteur, avec \dot{r}_{\min} la vitesse d'effondrement de la cavité lorsqu'elle s'approche de la singularité. En fait, nous voyons que dans le cas de solutions assez visqueuses, telles que celles considérées ici, puisque $r_{\min} < l_\nu$, le régime est forcément visqueux. On aurait donc : $\rho \dot{r}_{\min}^2 = \mu v / \rho$. Or dans les cas visqueux $r_{\min} \sim \frac{\gamma}{\mu} \tau$ [83] donc $\dot{r}_{\min} \sim \frac{\gamma}{\mu}$. Finalement nous trouvons que la vitesse ainsi créée est la même que précédemment : $\frac{\gamma}{\mu}$.

3.4.5 Forme des jets

Bien que la vitesse d'éjection des jets issus de la chute d'une bille n'obéit pas à la même loi que ceux issus des cavités creusées par l'air comprimé, ceux-ci présentent une forte ressemblance de forme lorsque la viscosité est assez grande (cf. figure 3.24). Sur la figure 3.28, deux de ces jets sont présentés, avec le même intervalle temporel entre deux images, une fois les jets éjectés. Ils ont été choisis afin que la viscosité du liquide et la vitesse d'éjection du jet soient les plus proches possibles. Nous constatons que ces jets ont un aspect très semblable, si ce n'est que celui issu de la bille est un peu plus fin.

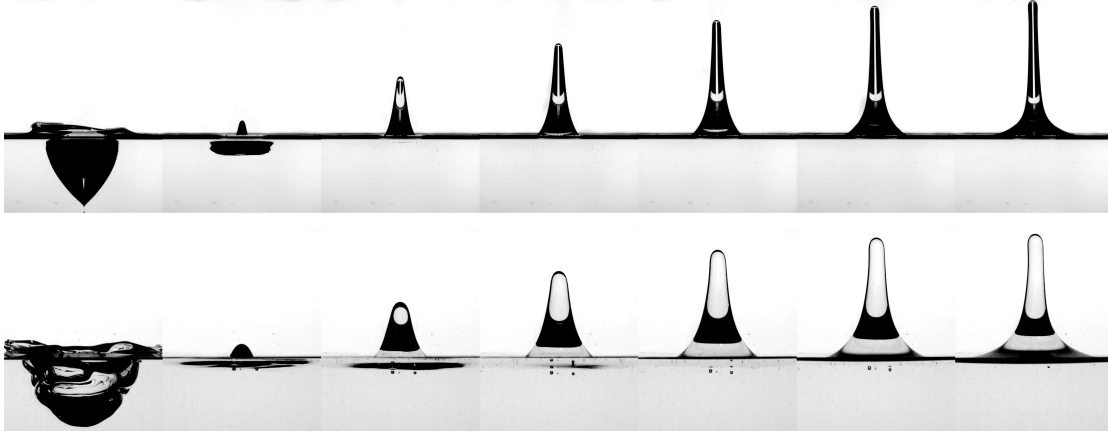


FIGURE 3.28: Séquences comparatives d'un jet issu de la chute d'une bille et d'un jet créé par une cavité façonnée à l'air comprimé. Ces deux jets ont des vitesses d'éjection et des viscosités très proches. En haut : le temps entre les deux premières images est $\Delta t_{1-2} = 29$ ms et il y a ensuite $\Delta t = 24$ ms entre chaque image, $v_{\text{jet}} = 1.61 \text{ m.s}^{-1}$, $H = 5.5 \text{ cm}$, $L = 5.6 \text{ cm}$, $H_{\text{max}} = 10.3 \text{ cm}$ et $\mu = 800 \text{ mPa.s}$. La bille a un rayon de 11.9 mm et une densité de 1.119. En bas : le temps entre les deux premières images est $\Delta t_{1-2} = 60$ ms et il y a ensuite $\Delta t = 24$ ms entre chaque image, $v_{\text{jet}} = 1.59 \text{ m.s}^{-1}$, $H = 5.0 \text{ cm}$, $L = 8.9 \text{ cm}$, $H_{\text{max}} = 9.5 \text{ cm}$ et $\mu = 833 \text{ mPa.s}$.

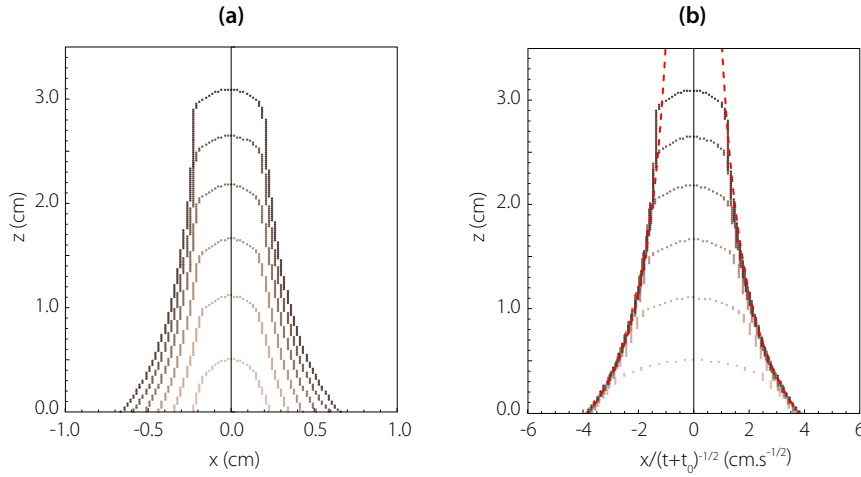


FIGURE 3.29: (a) Profils du jets de la figure 3.21 lors du début de son ascension. $\delta t = 5$ ms entre deux profils. (b) Ces mêmes profils remis à l'échelle selon l'expression $R(z, t) = C \frac{\sqrt{t+t_0}}{z+z_0}$ comme sur la figure 3.17. Courbe en pointillés rouges : hyperbole d'équation $z = \frac{C}{x} - z_0$.

Dans la partie 3.3.5, nous avons trouvé que les jets suivaient, au début de leur ascension, une évolution de la forme $r(z, t) = C\sqrt{t+t_0}/(z+z_0)$. Pour vérifier si les jets issus de la chute des billes peuvent aussi être décrits de cette façon, nous avons extrait le profil d'un jet à plusieurs instants, régulièrement espacés, et nous l'avons représenté sur la figure 3.29 (a). Nous avons ensuite tracé z en fonction de $r(z, t)/\sqrt{t+t_0}$ en figure 3.29 (b) : les flancs des profils du jet à différents instants sont alors tous rassemblés sur la même hyperbole. Cette remise à l'échelle a été réalisée sur des jets à différentes viscosités et obtenue avec des billes de différentes tailles et densités. Elle fonctionne pourvu que la viscosité soit assez importante et donc le jet assez large et non singulier.

Cela met en perspective une possible universalité de cette forme de jets issus de l'effondrement de cavité. Remarquons que dans [82], la forme des jets est aussi remise à l'échelle en divisant les abscisses $r(z, t)$ par $r_b(t)$, le rayon à la base du jet (sous l'eau), et que ce $r_b(t)$ grandit bien avec le temps. La forme analytique de ce $r_b(t)$ en fonction du temps n'est pas explicitée mais d'après la figure présentée dans cet article, une forme en racine carré du temps semble tout à fait raisonnable.

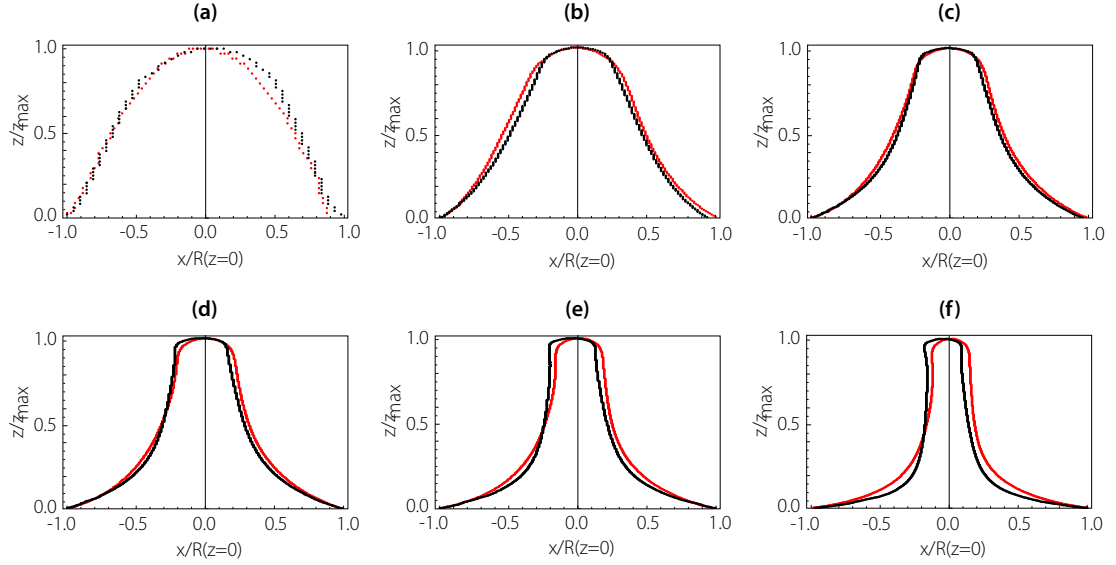


FIGURE 3.30: Profils adimensionnés par la largeur à la base du jet $R(z = 0, t)$ et par sa hauteur $z_{\max}(t)$ des deux jets présentés en figure 3.28. En noir : jet issu de chute de la bille 3.28 (a) et en rouge : jet issu de l'air comprimé figure 3.28 (b).

Nous venons de montrer que la forme de ces deux types de jets est bien décrite initialement par : $R(z, t) = \sqrt{t + t_0}/(z + z_0)$. Sur la figure 3.30, nous voyons que la similitude de forme ne s'arrête en fait pas aux premiers instants. Il semblerait que ces deux jets soient de formes similaires jusqu'à ce qu'ils aient atteints leur hauteur maximale.

Pour se convaincre de cela, les profils de ces deux jets ont été extraits de ces images. Après les avoir adimensionnés par leur hauteur maximale et par la largeur à leur base à l'instant correspondant, ils ont été représentés sur la figure 3.30 (b). Nous constatons alors que ces profils sont bien superposés, pour les différents instants de l'ascension des jets présentés. La légère déviation du profil du jet de la bille sur les derniers instants est seulement due au fait que ce jet n'était pas parfaitement droit. Sur ces profils adimensionnés, pris à différents instants, nous pouvons bien voir l'effet de l'élongation du jet : au début, lorsque le bain de liquide nourrit les jet, ceux-ci sont plutôt larges avant de finalement s'étirer selon z et s'amincir selon x quand l'alimentation cesse. Nous avons montré au paragraphe 3.3.4.1 que cette forte élongation est responsable de la dissipation visqueuse dans les jets. Finalement, **ces deux types de jets sont similaires en forme**

durant toute la durée de leur ascension, même lorsque la viscosité élongationnelle devient importante.

3.4.6 Conclusion sur la comparaison entre ces deux types de jets

En résumé :

- Dans cette expérience, des cavités de même forme sont produites par la chute de billes, à condition que la hauteur de chute soit suffisamment grande pour que la cavité obtenue soit d'une profondeur supérieure à environ la taille de la bille (~ 1 cm).
- Pour des viscosités supérieures à 400 mPa.s, les jets suivent, lors du début de leur ascension, la même évolution de forme que ceux issus de cavités sculptées à l'air comprimé : $r(z, t) = C\sqrt{t+t_0}/(z+z_0)$. De plus, l'effet de la viscosité lors de l'ascension du jet est le même pour ces deux types de jets.
- La loi d'échelle obtenue en partie 3.3 qui donne la vitesse du jet en fonction de la taille de la cavité, de la viscosité et de la densité du liquide et de la gravité (équation (3.4)) ne s'applique pas aux jets issus de l'impact des billes. Cela peut notamment être dû à la présence de la bille à la base du jet qui empêche une bonne focalisation du liquide lorsqu'il s'y engouffre, ou encore au fait que les jets regardés ne sont pas uniquement de moteur gravitaire et que le comportement singulier n'est pas encore tout à fait négligeable.

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé des jets créés par l'effondrement d'une cavité de taille centimétrique. Dans un premier temps, nous avons réalisé une expérience modèle permettant d'obtenir des jets d'origine purement gravitaire. Pour cela, les cavités ont été sculptées avec de l'air comprimé pour éviter la présence de singularités de courbure, telles que celles observées lors du pincement d'une bulle. Cette méthode permet de créer des cavités de formes similaires. Les jets réalisés présentent une dynamique atypique car le nombre de Froude est supérieur à 1. La vitesse du jet est en fait composée de deux termes. Le premier traduit la focalisation du liquide qui s'engouffre dans le jet et est issu de l'équilibre entre l'énergie potentielle de gravité disponible avec l'inertie du jet. Le second terme traduit pour sa part la perte d'énergie par dissipation visqueuse lors de la création de la tête du jet.

Cette dynamique particulière avait déjà été observée par Séon & Antkowiak pour des jets créés lors du détachement de bulles dans des liquides visqueux (cf. 1.2.3.3). Après avoir retrouvé cette loi de vitesse dans notre expérience modèle, nous avons voulu savoir si les jets issus de l'impact d'une bille dans un liquide visqueux y obéissaient également. Finalement, notre travail a montré que ces jets d'impact de bille ne peuvent pas être considérés comme purement gravitaires même pour des viscosités élevées allant de 200 mPa.s à 800 mPa.s. Ils ne suivent donc pas cette loi de vitesse. En effet, à cause du pincement de la cavité lors de son détachement, les jets ensuite éjectés conservent un caractère partiellement singulier qui s'ajoute à la force motrice gravitaire. Du fait de ce caractère mixte, il n'est pas possible de trouver une nouvelle loi d'échelle régissant la vitesse de ces jets.

Malgré cette différence de loi de vitesse d'éjection, nous avons observé que les jets issus de la chute d'une bille dans un liquide suffisamment visqueux ($\mu > 400$ mPa.s) et ceux de l'expérience modèle présentent exactement la même forme une fois éjectés. Au début de leur ascension, les rayons de ces jets évoluent en $R(z, t) = \frac{\sqrt{t+t_0}}{z+z_0}$. Pendant la suite de leur montée, ils subissent une forte élongation car l'alimentation à leur base est de plus en plus faible. Cependant les deux types de jets de cette étude continuent d'exhiber une similitude de forme.

Afin de poursuivre cette étude, il serait intéressant d'analyser plus en détails l'influence de la forme de la cavité sur les pré-facteurs de la loi de vitesse et du rayon du jet à l'aide d'outils numériques.

Chapitre 4

Dynamique des jets inertiels

4.1 Contexte de l'étude

Dans cette thèse, nous nous intéressons à des jets produits par l'effondrement de cavités. Les mécanismes à l'origine de ces jets peuvent être très différents : nous avons par exemple analysé en détails des jets produits par la capillarité dans le chapitre 2 et des jets d'origine gravitaire dans le chapitre 3. Nous avons aussi passé en revue d'autres types de jets dans le chapitre 1 tels que les jets de l'expérience de Faraday (paragraphe 1.2.5.1) ou encore ceux de l'expérience de Pokrovski (paragraphe 1.2.4). Tous ces jets ont en commun d'être violemment éjectés : une certaine réserve d'énergie crée le jet et, au fur et à mesure de la formation de ce jet, cette réserve diminue jusqu'à ce que le jet ne soit plus alimenté. Ces jets peuvent ainsi être dits « de décharge », puisque l'alimentation du jet est de plus en plus faible. Dans les deux premiers chapitres, nous avons regardé comment l'effondrement de la cavité et les différents paramètres tels que taille et forme de la cavité, viscosité, tension de surface et densité sélectionnaient notamment la vitesse d'éjection de la tête du jet. Dans ce chapitre, nous souhaitons maintenant étudier l'évolution de la vitesse au sein du jet une fois éjecté en fonction du temps et de la position.

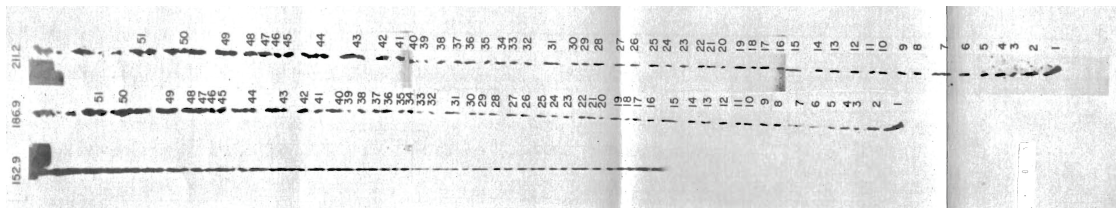


FIGURE 4.1: Photographies d'un jet de charge creuse à trois instants différents, extrait de [25]. À partir de ces images, les auteurs montrent que la vitesse de ces particules est proportionnelle à leur position z .

Dans la littérature, les jets de décharge les plus documentés sont les jets de charge creuse [23, 24, 26]. Dans ce contexte, il est nécessaire de bien connaître le champ de vitesse dans le jet afin de prévoir la façon dont celui-ci va se déstabiliser et enfin se fragmenter. En effet, prévoir la longueur du premier fragment éjecté est crucial dans cette application puisque c'est elle qui fixe la profondeur de pénétration de l'arme dans sa cible [26]. Dans des travaux expérimentaux, Di Persio [25] montre que le champ de vitesse au sein d'un jet de charge creuse varie linéairement avec la position dans le jet (cf. figure 4.1). Dans un autre contexte, celui du jet qui émerge après la chute d'un objet dans un liquide, Gekle *et al.* [72] montrent que le jet tout juste formé se trouve aussi dans un régime balistique et obtiennent eux aussi une vitesse linéaire avec la position. En s'appuyant sur les résultats de ces études, il est courant de supposer [64, 118] que le champ de vitesse dans les jets de décharge évoluant dans un régime inertielle peut être pris égale à $\frac{z+z_0}{t+t_0}$. En effet, en supposant que ces jets ne sont soumis qu'à leur inertie, cette forme du champ de vitesse satisfait bien l'équation de Burgers, qui décrit l'évolution d'un jet unidimensionnel dans de telles conditions :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

Dans cette expression de $u(z, t)$, z_0 et t_0 sont des constantes et pour simplifier la notation, nous nommerons désormais ce champ de vitesse z/t .

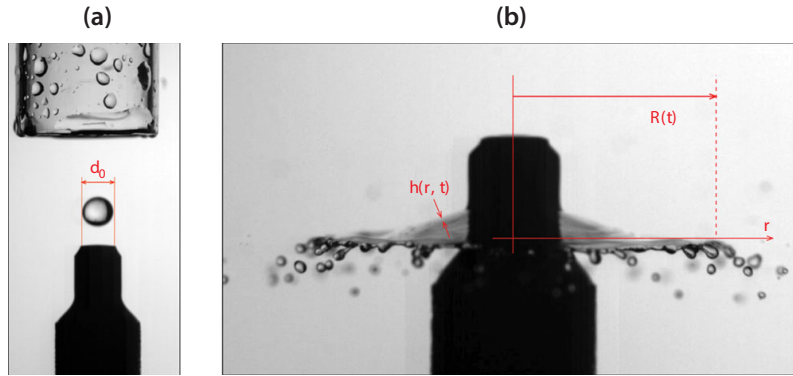


FIGURE 4.2: L'impact d'une goutte d'eau sur un support ponctuel (a) donne naissance à une nappe liquide (b) qui s'étend en suivant un champ de vitesse en $u(r, t) = \frac{r}{t}$. Figure : Villermaux *et al.* (2011) [119].

La figure 4.2 montre la nappe liquide créée suite à l'impact d'une goutte sur un support ponctuel. Nous remarquons que ce cas à deux dimensions de nappes liquides en un régime balistique est très similaire aux jets de décharges évoqués plus haut car la vitesse du liquide dans la nappe en extension suit une évolution en $u(r, t) = \frac{r}{t}$ [119]. Cette expérience correspond donc au pendant à deux dimensions des jets de décharges : la nappe a bien une alimentation de plus en plus faible et elle s'étire donc au court du temps.

Dans ce chapitre, nous nous proposons d'établir expérimentalement le champ de vitesse $u(z, t)$ au sein de quelques types de jets de décharge emblématiques, puis nous discuterons de l'universalité du champ de vitesse en z/t . En effet, bien que l'alimentation du jet soit différente d'un type de jet à l'autre, nous montrerons que le champ de vitesse au sein du jet une fois lancé tend rapidement vers la solution en z/t . À cette fin, nous allons regarder uniquement l'évolution du jet une fois éjecté, c'est à dire en observant son évolution au-dessus du niveau de la surface du liquide et sans nous pencher sur le détail de sa création.

4.2 Mise en évidence expérimentale du champ de vitesse en z/t

Dans cette partie, nous établissons expérimentalement le champ de vitesse du jet dans les cas de la chute d'une bille dans un liquide peu visqueux, de l'expérience de Pokrovski et de celle de Faraday et enfin dans le cas de l'étude gravitaire de la partie 3. A priori, tous ces jets sont suffisamment épais pour que l'effet de la tension de surface lors de leur ascension soit négligeable par rapport à celui de l'inertie.

4.2.1 Jets inertiels

Afin de caractériser expérimentalement le champ de vitesse dans nos jets, nous avonsensemencé la solution avec des particules de même densité que le fluide utilisé et d'un diamètre suffisamment grand (environ 1.2 mm) pour être visibles sur un champ de vue d'une vingtaine de centimètres. Étant donné la largeur typique des jets étudiés, de l'ordre du centimètre, nous supposons que ces marqueurs sont assez petits pour ne pas gêner l'écoulement. En suivant les trajectoires de ces marqueurs passifs, nous obtenons alors leur vitesse lagrangienne, ce qui permet ensuite d'accéder au champ de vitesse eulérien dans le jet de liquide.

Nous avons vu dans la partie 3.3.3 que pour nos jets gravitaires l'effet de la viscosité sur la dynamique du jet pendant son ascension est complètement négligeable jusqu'à environ 100 mPa.s. De plus, une solution un peu visqueuse permet d'atténuer les ondes capillaires parasites à la surface du jet (cf. figure 3.3) ce qui est pratique pour bien voir dans le jet et suivre les particules. Dans cette partie, nous faisons donc le choix de travailler avec un mélange d'eau et de glycérol de viscosité environ 35 mPa.s, ce qui permet à la fois de minimiser les ondes capillaires à la surface du jet tout en ne dissipant pas significativement dans le jet. La densité d'un tel mélange étant de 1.2, nous utilisons des billes en polyéthylène du fournisseur Cospheric. Seule l'expérience de Pokrovski est

réalisée dans un autre fluide. En effet, le liquide utilisé pour cette expérience doit être mouillant sur le verre afin de bien former une surface hémisphérique lors de la chute libre du tube à essai avant l'impact sur la table qui donne naissance au jet. Nous utilisons alors un mélange d'eau et d'éthanol dans des proportions telles que la densité de ce mélange corresponde à celle de marqueurs passifs constitués par des petits bouts de plastique d'environ 1 mm de côté dans ce cas-là.

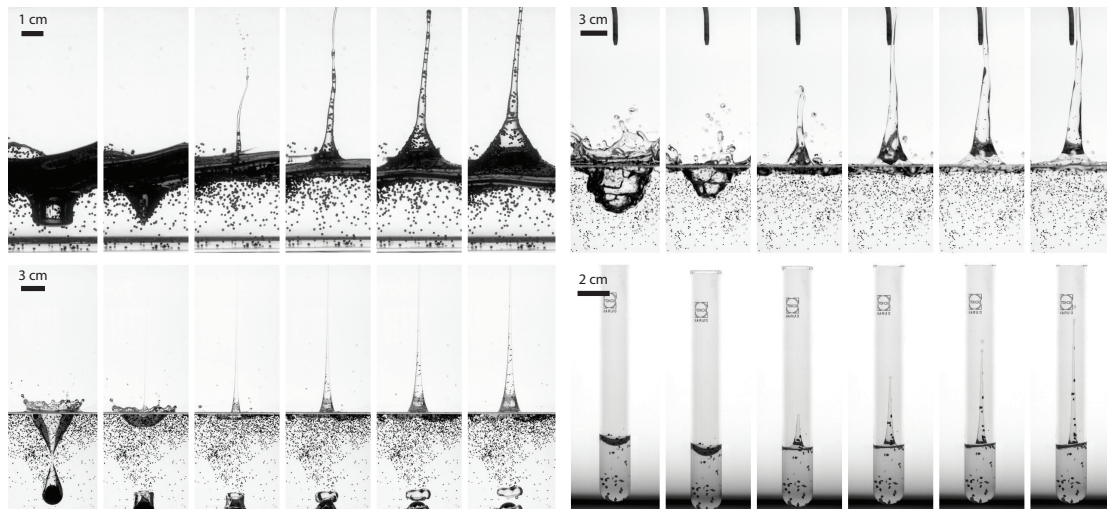


FIGURE 4.3: Jets de décharge créés de différentes manières : par les oscillations de Faraday, par la relaxation d'une cavité sculptée avec de l'air comprimé, par l'impact d'une bille dans un liquide et par l'impact d'un tube à essai sur une table (expérience de Pokrovski). Dans chacune de ces expériences, des billes isodenses avec le liquide servent de marqueurs passifs. Temps entre deux images : pour l'expérience de Faraday $\delta t = 18$ ms, pour l'air comprimé $\delta t = 36.6$ ms, pour la bille $\delta t = 8.3$ ms et pour l'expérience de Pokrovski $\delta t = 10$ ms.

La figure 4.3 illustre nos expériences dans les quatre cas cités ci-dessus. Nous voyons que les jets emportent bien dans leur ascension les petits marqueurs passifs présents dans la solution. Par ailleurs, ces jets sont suffisamment larges, de quelques millimètres à un centimètre environ, pour négliger la tension de surface dans la dynamique de ces jets. Nous supposons de plus qu'il n'y a pas de gradient de pression dans notre écoulement. Ainsi, outre la gravité, seule l'inertie s'exerce a priori sur ces jets lors de leurs ascensions.

Afin de prouver que les jets ont une évolution balistique, nous allons montrer que chaque petite particule dans le jet suit elle même une telle évolution. Soit $v_i(t)$ la vitesse (lagrangienne) de la particule i . Si les particules ne sont soumises qu'à leur inertie et à leur poids, on a $\frac{dv_i}{dt} = -g$. D'où $v_i(t) = v_{0,i} - g(t + t_i)$, avec $v_{0,i}$ la vitesse de la particule i à son éjection en $z = 0$ (niveau du liquide au repos) et t_i le temps où cette particule franchit ce niveau. En intégrant une nouvelle fois, nous obtenons la position d'une particule en évolution balistique :

$$z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) - \frac{g}{2}(t + t_i)^2 \quad (4.2)$$

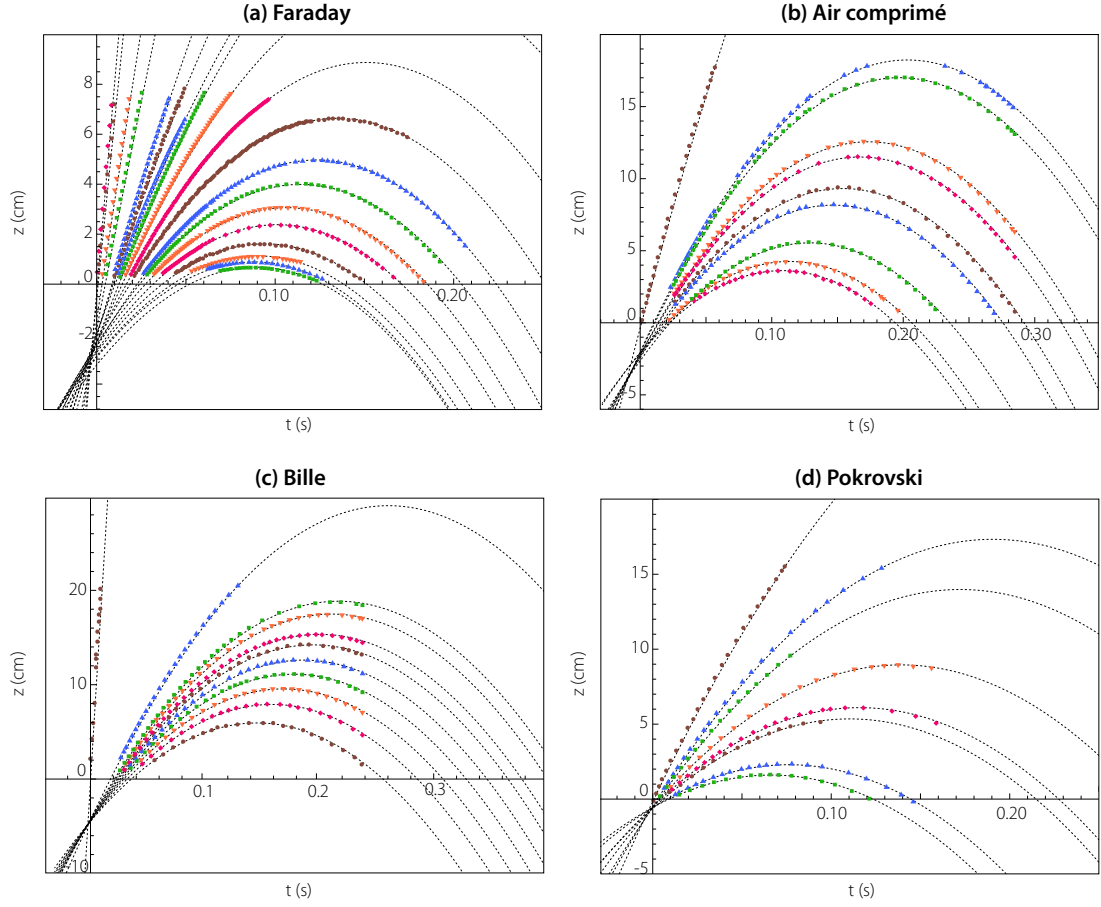


FIGURE 4.4: Position des marqueurs passifs dans les jets (a) de l'expérience de Faraday, (b) des cavités sculptées à l'air comprimé, (c) des cavités creusées par un impact de bille et (d) de l'expérience de Pokrovski en fonction du temps. Courbes en pointillés : régressions par des paraboles caractéristiques d'une évolution balistique : $z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) - \frac{g}{2}(t + t_i)^2$. Pour chaque particule i , la régression nous donne un couple $(t_i, v_{0,i})$. La gravité est fixée à 9.81 m.s^{-2} pour réaliser ces régressions. Nous prenons comme origine des temps le moment où la tête du jet passe en $z = 0$.

La figure 4.4 présente la position des particules dans les jets de la figure 4.3 en fonction du temps. Les courbes en pointillés correspondent à des régressions de ces données selon l'équation (4.2) : toutes nos données sont très bien décrites par des paraboles. Cela signifie que chaque marqueur passif dans le liquide se comporte comme s'il était isolé du reste du jet et donc que **l'évolution de ces jets est bien balistique**. En particulier, la viscosité et la tension de surface n'ont pas d'influence sur la dynamique de ces jets lors de leur étirement au-dessus du réservoir de liquide.

4.2.2 Dépendance de la vitesse avec la position

Nous souhaitons vérifier que pour les quatre types de jets étudiés ici, la variation de la vitesse avec la position est bien linéaire. Pour ce faire, nous utilisons les données de la figure 4.4 et leurs régressions selon une évolution balistique. En se plaçant à un temps

t donné sur cette figure, nous avons en effet accès à la vitesse de la particule et à son altitude $z(t)$:

$$\begin{cases} z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) - \frac{g}{2}(t + t_i)^2 \\ v_i(t) = v_{0,i} - g(t + t_i) \end{cases}$$

Nous pouvons ainsi tracer les couples $(z_i(t), v_i(t))$, ce qui donne la vitesse eulérienne $u(z, t)$ dans le jet en fonction de z à un temps t fixé . La figure 4.5 présente les courbes obtenues pour nos quatre expériences. Nous constatons alors que **le champ de vitesse dans le jet suit bien une évolution linéaire avec la position z** , comme dans le cas des jets de charges creuses. Nous pouvons donc décrire chacune de ces courbes sous la forme $u(z, t) = K_1(t)z + K_2(t)$.

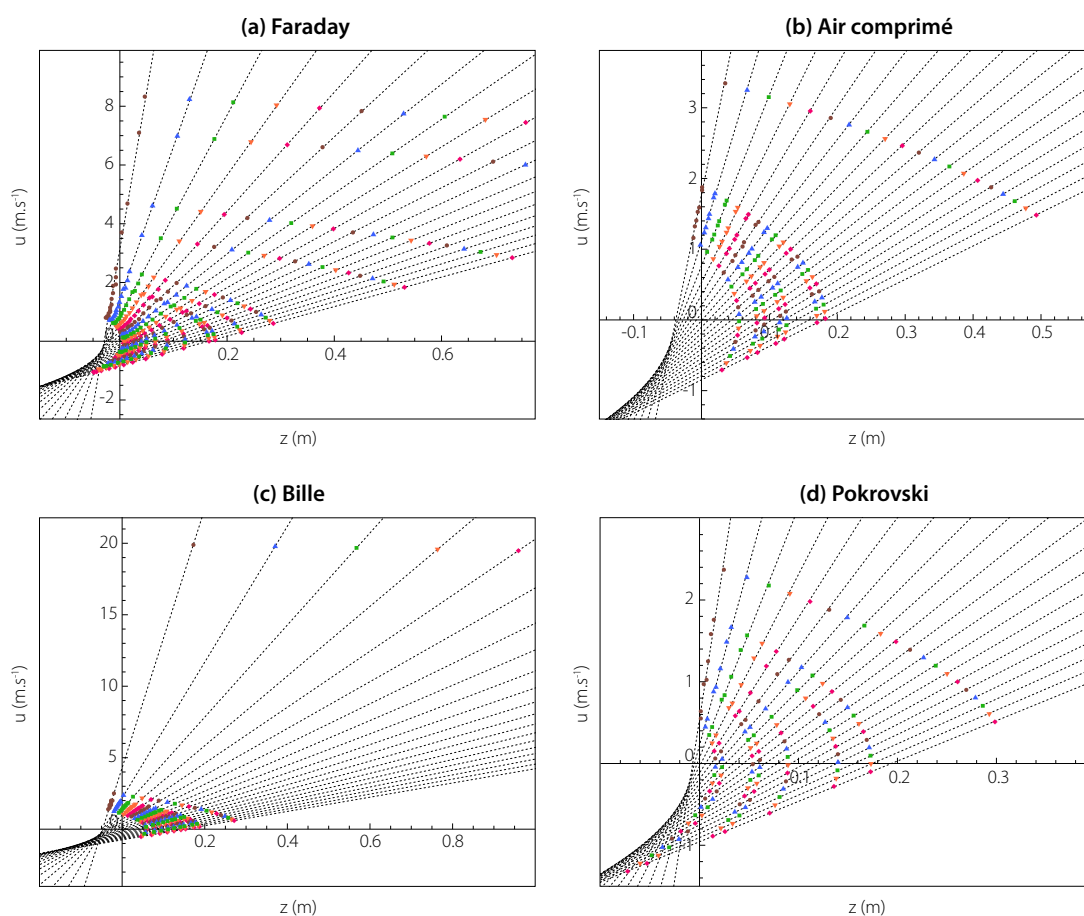


FIGURE 4.5: Vitesse dans les jets à des temps fixés t en fonction la position pour les jets (a) de l'expérience de Faraday, (b) des cavités sculptées à l'air comprimé, (c) des cavités creusées par un impact de bille et (d) de l'expérience de Pokrovski : la vitesse dans le jet dépend bien linéairement de la position. Courbes en pointillées : régressions linéaires en $u_g(z, t) = K_1(t)z + K_2(t)$. Courbe la plus à gauche : $t = 0.01$ s, puis t augmente ensuite par pas de 0.01 s.

4.2.3 Dépendance de la vitesse avec le temps

4.2.3.1 Équation de Burgers avec la gravité

Afin de déterminer la dépendance du champ de vitesse u dans le jet avec le temps, nous résolvons l'équation de Burgers en nous plaçant dans les conditions expérimentales réelles, c'est à dire avec la gravité. Dans ce cas, l'équation de Burgers devient :

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} + u_g \frac{\partial u_g}{\partial z} = \pm g \quad (4.3)$$

où la vitesse eulérienne dans le jet, en prenant en compte la gravité, est notée $u_g(z, t)$.

Nous adaptons alors la solution autosimilaire $u(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0}$ de l'équation de Burgers sans gravité sous la forme $u_g(z, t) = u(z, t) + f(t)$. En injectant cette solution dans l'équation (4.3), nous obtenons :

$$\frac{df}{dt} + \frac{f(t)}{t+t_0} = \pm g \quad (4.4)$$

qui a pour solution : $f(t) = \pm g \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0}$.

Une solution possible de l'équation de Burgers avec la gravité dans le même sens que le jet $u_{g,+}(z, t)$ est donc :

$$u_{g,+}(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0} + g \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0} \quad (4.5)$$

Si la gravité est opposée au jet, cette solution possible de l'équation de Burgers avec la gravité $u_{g,-}(z, t)$ est :

$$u_{g,-}(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0} - g \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0} \quad (4.6)$$

Remarquons au passage qu'à partir de ce résultat, nous pouvons aussi établir la **vitesse radiale dans le jet** $u_r(r, z, t)$. En effet, en considérant l'équation de Burgers, nous avons supposé que le jet est unidirectionnel, selon la direction z . En fait, cela suppose simplement que la vitesse radiale $u_r(r, z, t)$ est très inférieure à la vitesse axiale $u(z, t)$, mais puisque le jet s'amincit pendant son ascension, cette vitesse radiale n'est en réalité pas nulle. Nous pouvons simplement l'obtenir en utilisant l'incompressibilité du fluide, soit $\text{div}(\vec{v}) = 0$ ce qui donne : $\frac{\partial(ru_r)}{\partial r} = -\frac{r}{t+t_0}$. D'où :

$$u_r(r, t) = -\frac{r}{2(t+t_0)} \quad (4.7)$$

4.2.3.2 Vérification expérimentale de la solution de l'équation de Burgers avec gravité

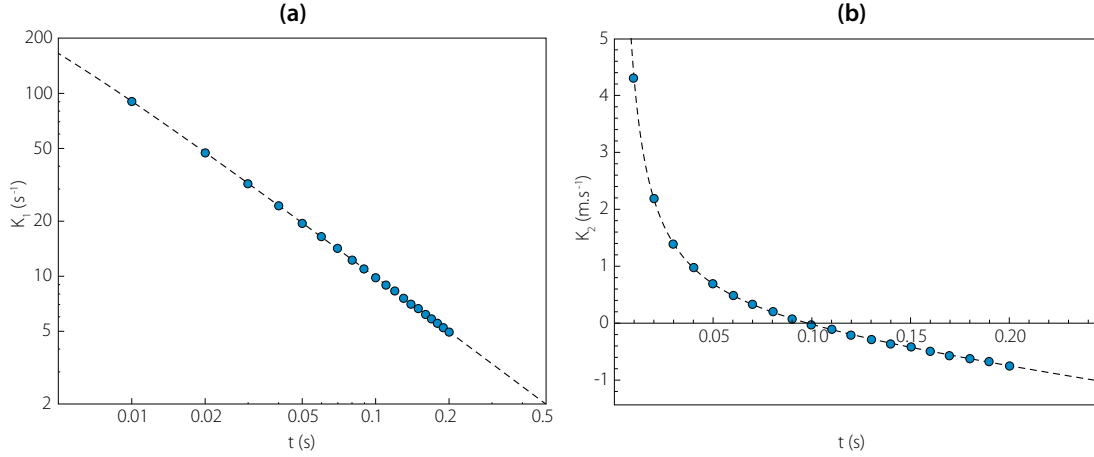


FIGURE 4.6: Vérification de la vitesse avec gravité dans le jet issu d'une bille en $u_g(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0} - g \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0}$. (a) Pente $K_1(t)$ des droites de la figure 4.5 (c) et régression en $\frac{k_1}{t+t_0}$. La constante k_1 est trouvée égale à 1.00001 et $t_0 = 1.04$ ms. (b) Ordonnées à l'origine des droites de la figure 4.5 (c) et régression en $\frac{z_0}{t+t_0} - k_2 \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0}$. La constante k_2 vaut 9.8102 m.s^{-2} et $z_0 = 4.80$ cm.

Nous revenons à la vitesse axiale $u_g(z, t)$. Dans le cas de nos expériences, la gravité est opposée au sens d'éjection du jet. Nous nous attendons donc à ce que les constantes $K_1(t)$ et $K_2(t)$ soient de la forme :

$$\begin{cases} K_1(t) = \frac{k_1}{t+t_0} \\ K_2(t) = \frac{z_0}{t+t_0} - k_2 \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0} \end{cases}$$

avec k_1 proche de 1 et k_2 proche de g .

La figure 4.6 présente la pente $K_1(t)$ et l'ordonnée à l'origine $K_2(t)$ des courbes $u(z, t)$ de la figure 4.5 dans le cas du jet issu de la bille. Nous voyons que les régressions selon les formes présentées ci-dessus, représentées par les courbes en pointillés, sont en très bon accord avec nos données. Nous obtenons $k_1 = 1.00001$ et $k_2 = 9.8102 \text{ m.s}^{-2}$, ce qui est très satisfaisant. Les résultats de nos quatre expériences sont résumés dans le tableau 4.7. Nous voyons que dans chaque cas la valeur de k_1 obtenue est très proche de 1 et que celle de k_2 vaut bien g . Ces régressions nous donnent aussi accès à z_0 et t_0 , et nous pouvons alors vérifier que $z_0/t_0 = u(0, 0) = v_{\text{jet}}$. Dans ce tableau, nous comparons les valeurs de $v_{\text{jet, exp}}$, mesurées lors du passage de la tête du jet en $z = 0$, et z_0/t_0 : nous constatons bien que ces deux valeurs sont assez proches.

Nous remarquons aussi que ces valeurs de z_0 et de t_0 correspondent à l'endroit où toutes les courbes $z_i(t)$ se croisent sur la figure 4.4, pour ces quatre expériences.

Ce point semble en quelque sorte correspondre à la « source » du jet, c'est à dire au point où le liquide est focalisé. Pour le cas de l'expérience de Faraday, nous voyons même qu'il correspond à la position à la fois spatiale et temporelle de la singularité lors de l'effondrement de la cavité puisque $H = z_0$ et $t_{\text{col}} = t_0$. Ce jet semble alors très fortement focalisé sur une échelle de temps suffisamment courte pour que celui-ci se trouve directement en régime balistique puisque sa vitesse est simplement le rapport entre la profondeur maximale de la cavité H et le temps de parcours t_{col} de la tête du jet sur cette distance¹. Cependant, ce point (t_0, z_0) ne correspond pas aux couples (t_{col}, H) pour les autres expériences. Il serait intéressant de comprendre à quoi sont reliés (t_0, z_0) dans ces cas là puisque ce couple de valeurs détermine la vitesse d'éjection du jet. La largeur et la profondeur de la cavité et, dans le cas de l'expérience de Pokrovski, la vitesse d'impact doivent certainement influencer ces deux constantes. En effet, dans la partie 3 nous avons montré que la vitesse du jet dépend fortement de H et de L , et puisque $v_{\text{jet}} = u_0/t_0$, t_0 et z_0 reflètent donc la source dont est issu le jet. Finalement, tous ces jets suivent une même évolution en $(z + z_0)/(t + t_0)$ mais leur vitesse dépend de la façon dont ils sont créés au travers de ces deux constantes.

Expérience	k_1	k_2 (m.s ⁻²)	z_0 (cm)	H (cm)	t_0 (ms)	t_{col} (ms)	z_0/t_0 (m.s ⁻¹)	$v_{\text{jet, exp}}$ (m.s ⁻¹)
Faraday	1.00262	9.8287	2.98	2.95	1.99	~ 2	14.95	13.27
Air comprimée	1.00075	9.8140	3.94	5.40	10.31	40	3.82	3.53
Bille	1.00001	9.8102	4.80	5.68	2.41	~ 2.6	19.96	17.59
Pokrovski	1.00371	9.8177	0.76	0.70	0.138	~ 2	2.73	3.00

FIGURE 4.7: Valeur expérimentales obtenues lors de la régression linéaire de la vitesse $u_g(z, t) = K_1(t)z + K_2(t)$ avec $K_1(t) = \frac{k_1}{t+t_0}$ $K_2(t) = \frac{z_0}{t+t_0} - k_2 \frac{tt_0+t^2/2}{t+t_0}$. $u(0, 0) = z_0/t_0$ prend bien des valeurs proches de la vitesse de la tête du jet mesurée expérimentalement $v_{\text{jet, exp}}$. H est la profondeur maximale de la cavité et t_{col} le temps nécessaire à son effondrement.

Par ailleurs, nous avons réalisé cette analyse sur plusieurs expériences pour chaque type de jet et nous obtenons toujours un excellent accord entre les données expérimentales et notre forme théorique donnée par l'équation (4.6).

Finalement, nous venons de montrer que dans un liquide de viscosité modérée (~ 35 mPa.s) le champ de vitesse dans les jets de l'expérience de Faraday, les jets créés par des cavités sculptées avec de l'air comprimé, les jets issus de la cavité créée par l'impact d'une bille et les jets de l'expérience de Pokrovski est composé de deux termes : le premier, purement inertiel, est bien de la forme z/t et le second, qui correspond aux corrections dues à la gravité est simplement additionné au premier. De plus, puisque

1. Si le jet était accéléré ou ralenti pendant ce laps de temps, sa vitesse serait en effet supérieure ou inférieure.

la trajectoire de chaque particule dans le fluide est très bien décrite par une parabole balistique, cela signifie que les effets de la viscosité et de la tension de surface dans la dynamique du jet sont bien négligeables.

4.2.3.3 Vitesse en fonction du temps à position fixée

Nous venons de voir que le champ de vitesse dans les jets étudiés ici est adéquatement décrit par l'équation (4.6). Cela signifie, en faisant abstraction du rôle de la gravité, que la vitesse dans le jet présente une dépendance en $1/t$. Dans ce paragraphe, nous allons représenter $u(z, t)$ à z fixé pour bien rendre visible ce comportement en $1/t$.

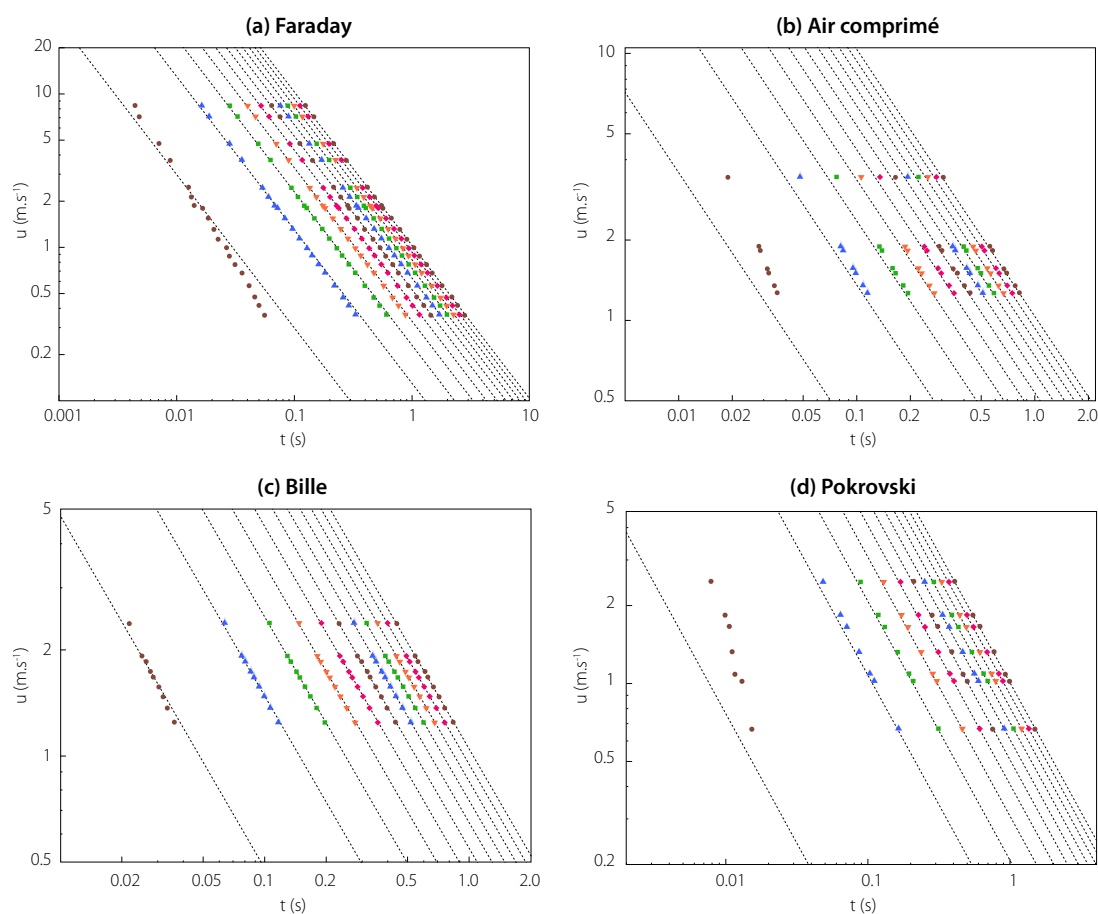


FIGURE 4.8: Vitesse dans les jets à des positions fixées z en fonction du temps pour les jets (a) de l'expérience de Faraday, (b) des cavités sculptées à l'air comprimé, (c) des cavités creusées par un impact de bille et (d) de l'expérience de Pokrovski. Courbes en pointillés : évolution en $\frac{z+z_0}{t+t_0}$. Pour la courbe la plus à gauche : $z = 0$ m, puis z augmente ensuite par pas de 0.1 m.

Comme précédemment, nous pouvons tracer de telles courbes à partir des données de la figure 4.4 et des régressions paraboliques associées donnant accès à $(t_i, v_{0,i})$. En nous plaçant à une altitude z donnée et en ne regardant que l'effet de l'inertie, nous pouvons en effet connaître à la fois le moment $t(z)$ auquel la particule passe et sa vitesse

$v_i(z)$:

$$\begin{cases} T_i(z) = \frac{z}{v_{0,i}} - t_i \\ v_i(z) = v_{0,i} \end{cases}$$

La figure 4.8 présente les courbes de nos quatre expériences pour des positions z allant de 0 à 1 m par pas de 0.1 m, les courbes les plus à gauche correspondant aux positions les plus basses dans le jet. Nous observons que ces courbes suivent bien une pente de -1, ce qui traduit une évolution en $1/t$. Les courbes en pointillés correspondent à ce qui est attendu si ces points expérimentaux suivent bien un régime en $\frac{z+z_0}{t+t_0}$: chacune est tracée selon l'expression $\frac{z+z_0}{t+t_0} = f(t)$, en prenant les valeurs de z_0 et t_0 obtenues précédemment et la valeur de z choisie. Nous voyons un très bon accord entre nos données expérimentales et ces droites pour la plupart des z représentés.

Cependant, nous voyons que quand z est petit, en particulier pour $z = 0$, les expériences ne correspondent plus à la théorie. Cela signifie que **l'évolution de la vitesse à la base du jet ne suit pas $1/t$!** Ce résultat peut paraître surprenant puisque le champ de vitesse dans le jet suit bien l'évolution en z/t , ce qui aurait tendance à suggérer que l'injection à la base du jet, c'est à dire la vitesse du jet au niveau $z = 0$, doit aussi se comporter en $1/t$. Dans le paragraphe suivant, nous allons nous intéresser à cette vitesse d'injection.

4.2.4 Loi d'injection

Pour caractériser cette vitesse d'injection des particules dans le jet, nous pouvons revenir aux données de la figure 4.4 et simplement tracer les couples $(t_i, v_{0,i})$. Nous définissons la fonction d'injection de ces jets comme étant : $v_0(\tau = t_i) = v_{0,i}$. Cette fonction donne donc la vitesse d'une particule en fonction du temps τ où elle commence son ascension dans le jet, en $z = 0$. Sur la figure 4.9, nous représentons ces fonctions pour les quatre expériences présentées en figure 4.3. De manière prévisible pour un jet de décharge, nous constatons que pour chaque cas cette fonction est décroissante : plus la particule est injectée tard dans le jet et plus sa vitesse d'éjection est petite.

Nous avons vu au paragraphe précédent que ces vitesses d'injection n'évoluent pas en $1/\tau$. Plutôt qu'une évolution en $1/\tau$, nous voyons que chaque fonction d'injection peut convenablement être décrite par une loi de puissance de la forme :

$$v_0(\tau) = \frac{A}{(\tau + \tau_0)^n}$$

Dans les quatre expériences présentées ici, nous obtenons des exposants n compris entre 1.26 et 1.88. Les valeurs précises de ces régressions sont indiquées dans la légende de la figure 4.9.

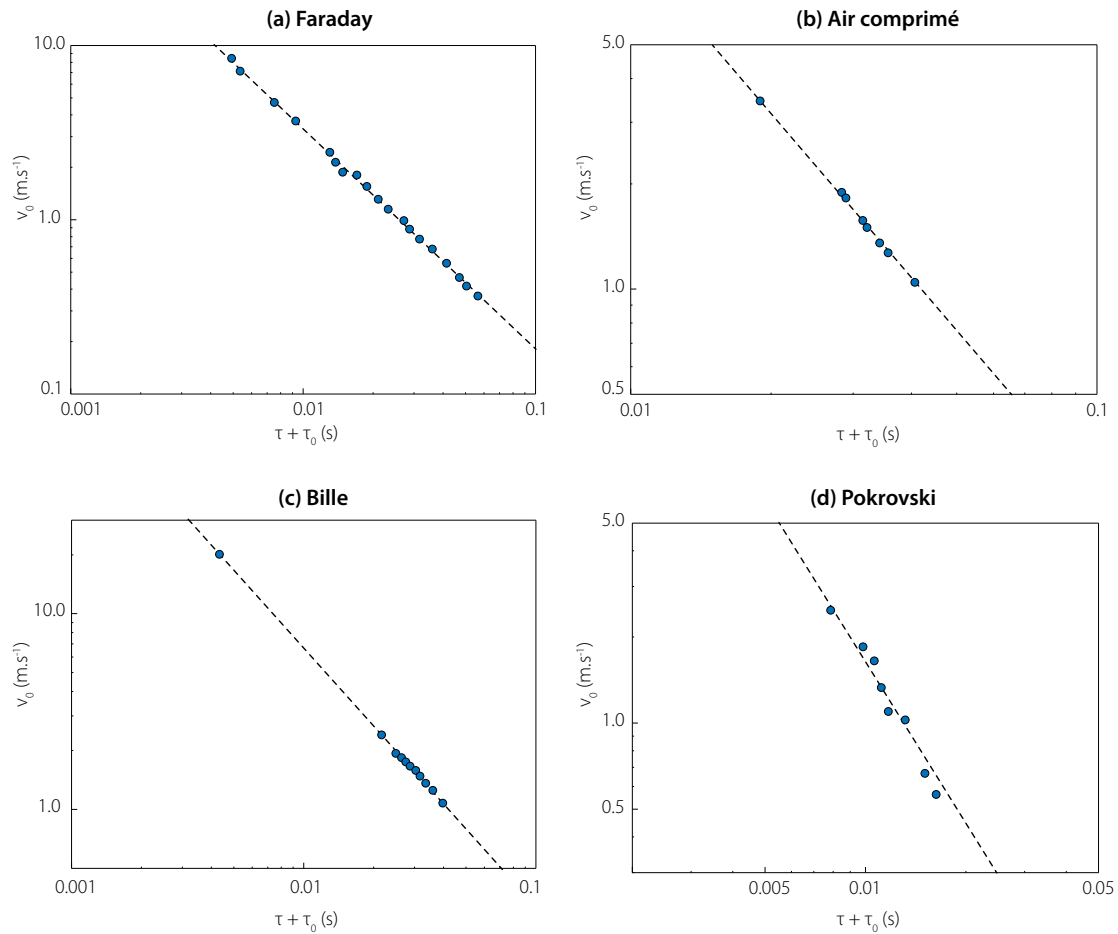


FIGURE 4.9: Vitesse d'injection $v_0(\tau)$ pour les jets (a) de l'expérience de Faraday, (b) des cavités sculptées à l'air comprimé, (c) des cavités creusées par un impact de bille et (d) de l'expérience de Pokrovski. Courbes en pointillés : évolutions en loi de puissance $v_0(\tau) = \frac{A}{(\tau + \tau_0)^n}$. Sur ce graphique en échelle logarithmique, nous avons tracé v_0 en fonction de $\tau + \tau_0$ afin de bien visualiser des droites dont la pente est la puissance n . Pour ces expériences : (a) $n = 1.26$, $A = 0.00993 \text{ m.s}^{n-1}$ et $\tau_0 = 5.32 \text{ ms}$, (b) $n = 1.59$, $A = 0.00716 \text{ m.s}^{n-1}$ et $\tau_0 = 18.9 \text{ ms}$, (c) $n = 1.32$, $A = 0.0152 \text{ m.s}^{n-1}$ et $\tau_0 = 4.36 \text{ ms}$ et (d) $n = 1.88$, $A = 0.00029 \text{ m.s}^{n-1}$ et $\tau_0 = 7.86 \text{ ms}$.

Nous avons donc montré expérimentalement que **le champ de vitesse dans nos quatre types de jet est systématiquement de la forme z/t alors même que la vitesse d'injection de ces jets est différente d'un type de jet à l'autre et qu'elle ne suit pas la forme attendue en $1/\tau$** . Comment expliquer alors l'attraction du champ de vitesse vers ce z/t ? Combien de temps faut-il attendre et quelle distance le jet doit-il parcourir avant d'entrer dans ce régime attracteur? Dans la suite, nous nous baserons sur une analyse cinématique pour tenter de répondre à ces questions.

4.3 L'attracteur inertiel : étude asymptotique

Nous venons de mettre en évidence expérimentalement l'existence d'une solution attractive pour la vitesse dans le jet une fois éjecté, donc dans un régime simplement inertiel. Dans cette partie, nous nous proposons d'établir les conditions pour lesquelles un jet de décharge se trouve attiré vers cette solution. Pour ce faire, nous nous basons sur une analyse en ayant d'abord une vision eulérienne du problème puis nous prendrons le point de vue lagrangien.

Dans tout ce chapitre, la notation u est utilisée pour désigner la vitesse eulérienne tandis que la notation v sert pour les vitesses lagrangiennes.

4.3.1 Mise en évidence de l'attracteur inertiel en z/t avec une vision Eulérienne

Comme nous l'avons vu dans la partie 4.1, dans le cas où la gravité est négligeable vis à vis de l'inertie, comme par exemple pour les jets de charges creuses qui sont éjectés à plusieurs kilomètres par seconde, le champ de vitesse dans un jet de décharge obéit à l'équation de Burgers :

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad (4.8)$$

Cette équation décrit la dynamique dans un objet unidimensionnel uniquement soumis à son inertie. Cette équation admet une solution autosimilaire : $u(z, t) = (z + z_0)^\alpha (t + t_0)^\beta$ telle que $(\alpha, \beta) = (1, -1)$, soit $u(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0}$.

Rappelons que si la gravité est non négligeable dans le problème, nous avons trouvé une solution complète donnée par l'équation (4.6) et simplement constituée de la somme de la solution inertielle pure et d'une solution gravitaire.

Nous notons alors $\eta = \frac{z+z_0}{t+t_0}$, la variable autosimilaire de notre problème, et nous cherchons le comportement de la solution $u(\eta, t)$ au voisinage de la solution autosimilaire $u = \eta$. Nous pouvons alors réécrire l'équation de Burgers sous la forme :

$$t \frac{\partial u}{\partial t} = (\eta - u) \frac{\partial u}{\partial \eta}. \quad (4.9)$$

En notant $T = \ln t$, nous obtenons :

$$\frac{\partial u}{\partial T} = (\eta - u) \frac{\partial u}{\partial \eta}. \quad (4.10)$$

Proche de la solution autosimilaire, les solutions s'écrivent : $u(\eta, T) = \eta + \epsilon u_1(\eta, T)$. En linéarisant l'équation (4.10), nous trouvons :

$$\frac{\partial u_1}{\partial T} = -u_1, \quad (4.11)$$

Cette équation admet alors une solution exponentielle de la variable logarithmique T . D'après Eggers & Fontelos [120], **la solution $u = \eta$ est un point fixe stable de l'équation de Burgers** et représente donc un attracteur inertiel pour la dynamique du jet.

Ainsi, cette petite analyse permet d'expliquer pourquoi la solution en z/t est une solution attractive pour nos jets étirés régis par l'équation de Burgers.

4.3.2 Vision Lagrangienne

Afin de savoir si d'autres solutions que celle en z/t existent, et pour caractériser l'approche de cette solution, nous raisonnons maintenant d'un point de vue lagrangien. Nous restons là aussi dans le cas inertiel pur, sans l'effet de la gravité. Dans cette vision, nous prenons une particule fluide lancée en $z = 0$ à $t = \tau$ à la vitesse $v_0(\tau)$. Puisque le régime est inertiel, cette particule conserve sa vitesse d'éjection tout au long de sa trajectoire et se retrouve donc à l'instant t en $z = (t - \tau)v_0(\tau)$. Nous pouvons donc passer de la vitesse eulérienne à la vitesse lagrangienne en considérant les deux équations suivantes :

$$u(z, t) = v_0(\tau) \quad (4.12)$$

$$t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)} \quad (4.13)$$

Puisque nous étudions des jets de décharge, la vitesse d'injection doit alors être une fonction décroissante du temps. Dans la partie 4.2.4, nous avons utilisé une loi de puissance de la forme :

$$v_0(\tau) = \frac{A}{(\tau + \tau_0)^n} \quad (4.14)$$

Cette analyse peut aussi être réalisée avec n'importe quelle forme de fonction décroissante. Dans un souci de clarté, nous utiliserons ici une injection en loi de puissance selon la forme ci-dessus et pour simplifier les notations, nous prenons $\tau_0 = 0$ dans la suite. Cela ne change pas le résultat, puisqu'il s'agit simplement de choisir une origine des temps appropriée.

4.3.3 Dépendance de la vitesse avec le temps

Dans un premier temps, nous souhaitons établir la dépendance de la vitesse eulerienne $u(z, t)$ avec le temps, en travaillant à position fixée z . Nous cherchons donc à calculer $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}}$. Pour cela, nous partons de l'équation suivante :

$$v'_0(\tau) = \left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}} \times \frac{\partial t}{\partial \tau} \quad (4.15)$$

D'après la relation (4.13), nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = 1 - z \frac{v'_0(\tau)}{v_0^2(\tau)} \quad (4.16)$$

En injectant cela dans l'équation (4.15), nous obtenons alors :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}} = \frac{v'_0(\tau)}{1 - z \frac{v'_0(\tau)}{v_0^2(\tau)}} \quad (4.17)$$

Puisque $v_0(\tau) = \frac{A}{\tau^n}$, nous avons $\frac{v'_0(\tau)}{v_0^2(\tau)} = \frac{-n}{\tau v_0(\tau)}$. D'où :

$$\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}} = \frac{v'_0(\tau)}{1 + z \frac{n}{\tau v_0(\tau)}}$$

Dans le cas d'une injection en loi de puissance, le comportement asymptotique de cette dérivée dépend donc du rapport $\frac{-nz}{\tau v_0(\tau)} = \frac{-nz\tau^{n-1}}{A}$. Afin de déterminer ce comportement, nous séparons l'étude en deux cas : les cas où la fonction d'injection décroît plus vite que $1/\tau$ (soit $n > 1$ dans la fonction d'injection 4.14) et les cas où elle décroît plus lentement que $1/\tau$ (soit $n < 1$). Dans la suite, nous regardons des comportements asymptotiques en travaillant à τ grand mais puisque $t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)} = \tau + \frac{z\tau^n}{A}$, quel que soit n , un grand τ revient à un grand t à z fixé.

- Cas $n > 1$: $\tau v_0(\tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow +\infty} 0$

À z fixé, $\frac{z}{\tau v_0(\tau)} \xrightarrow{\tau \rightarrow +\infty} +\infty$, d'où $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} -\frac{v_0^2(\tau)}{z}$.

Or $t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{z}{v_0(\tau)}$ puisque $n > 1$.

Ainsi : $\left. \frac{\partial u}{\partial t} \right|_{z \text{ fixé}} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} -\frac{z}{t^2}$.

En intégrant, nous obtenons donc : $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{z}{t} + f_1(z)$.

- Cas $n < 1$: $\tau v_0(\tau) \xrightarrow{\tau \rightarrow +\infty} +\infty$

À z fixé, $\frac{z}{\tau v_0(\tau)} \xrightarrow{\tau \rightarrow +\infty} 0$, d'où $\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{z \text{ fixé}} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0'(\tau)$.

Or $t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} \tau$ puisque $n < 1$.

Donc : $\frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{z \text{ fixé}} \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0'(t)$.

Ce qui donne après intégration : $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0(t) + f_2(z)$.

Nous venons donc de montrer que pour $n > 1$, $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} \frac{z}{t} + f_1(z)$ tandis que pour $n < 1$, $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0(t) + f_2(z)$. Nous allons chercher les expressions de f_1 et de f_2 dans la suite.

4.3.4 Transition entre petits et grands temps

Nous venons de voir que pour des temps suffisamment longs, nous obtenons deux régimes différents pour le champ de vitesse dans un jet de décharge inertiel. Dans ce paragraphe, nous allons préciser ce que signifie « temps longs ».

Nous avons : $t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)} = \tau(1 + \frac{z\tau^{n-1}}{A})$ donc la transition entre temps courts et temps longs doit avoir lieu quand τ vaut :

$$\tau_{\text{eq}} = \left(\frac{A}{z} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

ce qui équivaut à :

$$t_{\text{eq}} = 2 \left(\frac{A}{z} \right)^{\frac{1}{n-1}}$$

Nous constatons donc que **la position du changement de régime entre temps courts et temps longs dépend de n mais aussi de A , l'intensité de la fonction d'injection, et de z la position d'observation**. Ainsi, pour $n > 1$, plus z est grand et plus le régime aux temps longs est atteint rapidement puisque $\frac{z}{v_0(\tau)}$ domine plus rapidement τ . À l'inverse, pour $n < 1$, plus z est grand et moins le régime aux temps longs est atteint rapidement.

4.3.5 Dépendance de la vitesse avec la position

Afin de déterminer la dépendance de $u(z, t)$ avec la position z , c'est à dire les fonctions $f_1(z)$ et $f_2(z)$ qui sont apparues lors des intégrations précédentes, nous calculons maintenant $\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{t \text{ fixé}}$. Comme précédemment, nous partons de la dérivée de la fonction d'injection, mais exprimée en utilisant z :

$$v'_0(\tau) = \frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{t \text{ fixé}} \times \frac{\partial z}{\partial \tau} \quad (4.18)$$

Avec la relation (4.13), nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial z}{\partial \tau} = z \frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau)} - v_0(\tau) \quad (4.19)$$

En injectant cela dans l'équation (4.18), nous obtenons alors :

$$\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{t \text{ fixé}} = \frac{\frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau)}}{z \frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau)} - 1} \quad (4.20)$$

Nous étudions alors comme précédemment les deux cas, selon la vitesse de décroissance de la fonction d'injection $v_0(\tau)$ en fixant cette fois-ci le temps et en regardant la variation avec la position. Cependant, il faut faire attention ici lorsque l'on fait un raisonnement asymptotique à grand τ . En effet, t est forcément plus grand que τ , puisque la particule ne peut pas être dans le jet si elle n'a pas été injectée à τ . Finalement travailler à grand τ signifie en fait regarder la limite où τ est élevé mais tout en restant inférieur à t : il faut donc choisir z de sorte à ce que le régime des grands τ soit atteint. En revanche, bien qu'à la fois t et τ soient grands, cela ne signifie pas nécessairement que τ tend vers t .

- Cas $n > 1$:

Pour travailler à grand τ et à t fixé quand $n > 1$, il faut nécessairement que z soit grand aussi, et plus précisément que z soit supérieur à $z_{\text{eq}} = A \left(\frac{t}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}}$.

À t fixé et $z > z_{\text{eq}}$, c'est à dire à grand τ , nous avons donc : $z \frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau)} = \frac{z}{\tau v_0(\tau)} \xrightarrow{\tau \text{ grand}} +\infty$ puisque à la fois z et $\frac{1}{\tau v_0(\tau)}$ sont grands. Injecté dans l'équation (4.20), cela donne : $\frac{\partial u}{\partial z} \Big|_{t \text{ fixé}} \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{v_0(\tau)}{z}$.

Nous avons : $t = \tau + \frac{z}{v_0(\tau)}$ donc à $n > 1$ et τ grand, $t \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{z}{v_0(\tau)}$ puisque z est grand et que $\frac{1}{v_0(\tau)} = \frac{\tau^n}{A}$ domine τ à grand τ .

Nous obtenons donc : $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{\text{fixé } \tau} \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{1}{t}$

Dans le paragraphe précédent, nous avons obtenu : $u(z, t) \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{z}{t} + f_1(z)$.

Finalement, $f_1(z) = 0$ et nous trouvons alors : $u(z, t) \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{z}{t}$.

- Cas $n < 1$:

Pour travailler à grand τ et t fixé avec $n < 1$, il faut nécessairement que z soit inférieur à $z_{\text{eq}} = A \left(\frac{t}{2} \right)^{\frac{1}{n-1}}$.

Puisque z est petit, car il est forcément inférieur à z_{eq} , et que $\frac{1}{\tau v_0(\tau)} \underset{\tau \text{ grand}}{\longrightarrow} 0$, alors

$$z \frac{v'_0(\tau)}{v_0^2(\tau)} = \frac{z}{\tau v_0(\tau)} \underset{\tau \text{ grand}}{\longrightarrow} 0.$$

Avec l'équation (4.20) nous obtenons ainsi : $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{t \text{ fixé } \tau} \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} -\frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau)}$.

Comme $v'_0(\tau) = \frac{-nv_0(\tau)}{\tau}$, nous trouvons alors : $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{t \text{ fixé } \tau} \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{n}{\tau}$.

Puisque $n < 1$ et que z est petit, vu que τ est grand, nous avons : $t \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \tau$.

Cela donne donc : $\left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{t \text{ fixé } \tau} \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} \frac{n}{t}$.

La dérivée selon le temps nous indiquait que : $u(z, t) \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} v_0(t) + f_2(z)$

Cela impose donc $f'_2(z) = \frac{n}{t}$ et ainsi : $u(z, t) \underset{\tau \text{ grand}}{\sim} v_0(t) + \frac{nz}{t}$.

4.3.6 Résumé

Nous venons de montrer que **si la fonction d'injection décroît plus vite que $1/\tau$, soit pour $n > 1$, alors le champ de vitesse eulérien dans le jet $u(z, t)$ tend vers z/t aux temps grands. En revanche, si la fonction d'injection décroît moins vite que $1/t$, soit pour $n < 1$, alors le champ de vitesse conserve une mémoire de l'injection aux temps longs** puisque $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0(t) + \frac{nz}{t}$. Ce résultat n'est pas contradictoire avec le résultat de la partie précédente où nous avons trouvé que $u(z, t) \underset{\tau \rightarrow +\infty}{\sim} v_0(t) + f_2(z)$. En effet, aux grands temps, $v_0(t)$ domine bien $\frac{nz}{t}$ donc au premier ordre en t la dérivée de u selon t vaut bien $v'_0(t)$. Dans ce dernier cas, il

faut faire attention car ce régime ne peut être atteint que lorsque z est petit et lorsque t est fixé, ce qui est assez contre-intuitif.

Par ailleurs, nous voyons que ces résultats sont bien cohérents avec ceux de nos expériences de la partie 4.2 puisque nous trouvons expérimentalement des exposants n supérieurs à 1 et que nous retrouvons cette évolution en z/t à des temps suffisamment longs.

De plus, nous voyons que si nous cherchons non pas le comportement aux grands temps mais celui aux petits temps, les résultats s'inversent simplement entre les cas $n > 1$ et $n < 1$ puisque les termes dominants vont devenir dominés et réciproquement.

Pour illustrer ces résultats, nous avons représenté en figure 4.10 la variation de la vitesse dans le jet en fonction du temps pour dix positions z différentes. Ces courbes ont été obtenues simplement en choisissant une position z et une fonction d'injection, c'est à dire en sélectionnant un A et un n , puis en utilisant le paramétrage suivant :

$$\begin{cases} t = \frac{z}{v_0(\tau)} - \tau \\ u = v_0(\tau) \end{cases}$$

La figure 4.10 (a) présente un cas où $n = 3$ tandis que la figure (b) montre les résultats dans le cas où $n = 1/3$. Sur cette figure, nous regardons l'évolution de la vitesse à z fixé donc, pour tout n travailler à grands τ revient à travailler à grands t .

Nous voyons que dans le cas où n est supérieur à 1 la vitesse dans le jet tend bien vers z/t et que plus z est grand, plus la vitesse est élevée à un temps donné. Concernant le cas où n est inférieur à 1, nous trouvons bien une mémoire de l'injection aux grands temps puisque les courbes tendent toutes à grands temps vers la fonction d'injection, représentée en pointillés noirs.

Comme attendu, nous observons que le comportement aux petits temps est l'inverse de celui aux grands temps : pour n supérieur à 1, la vitesse dans le jet à z fixé tend vers la fonction d'injection tandis que pour n inférieur à 1, la vitesse tend vers z/t . Pour ce dernier cas, ce résultat peut sembler curieux puisque par définition, la fonction d'injection donne la valeur de la vitesse des particules juste au moment de leur introduction dans le jet en $z = 0$. Il est donc étonnant de constater qu'à petits t et petits z , la vitesse est différente de $v_0(t)$. Pour comprendre cela, il faut en fait regarder la position de la transition entre ces deux régimes. Dans le cas où n est inférieur à 1, nous voyons que plus z est petit et plus cette transition a lieu à des temps petits. Ainsi, si l'on tend vers $z = 0$, la transition est repoussée à des très faibles valeurs de t et nous tendons donc bien vers le régime d'injection en $1/t^n$.

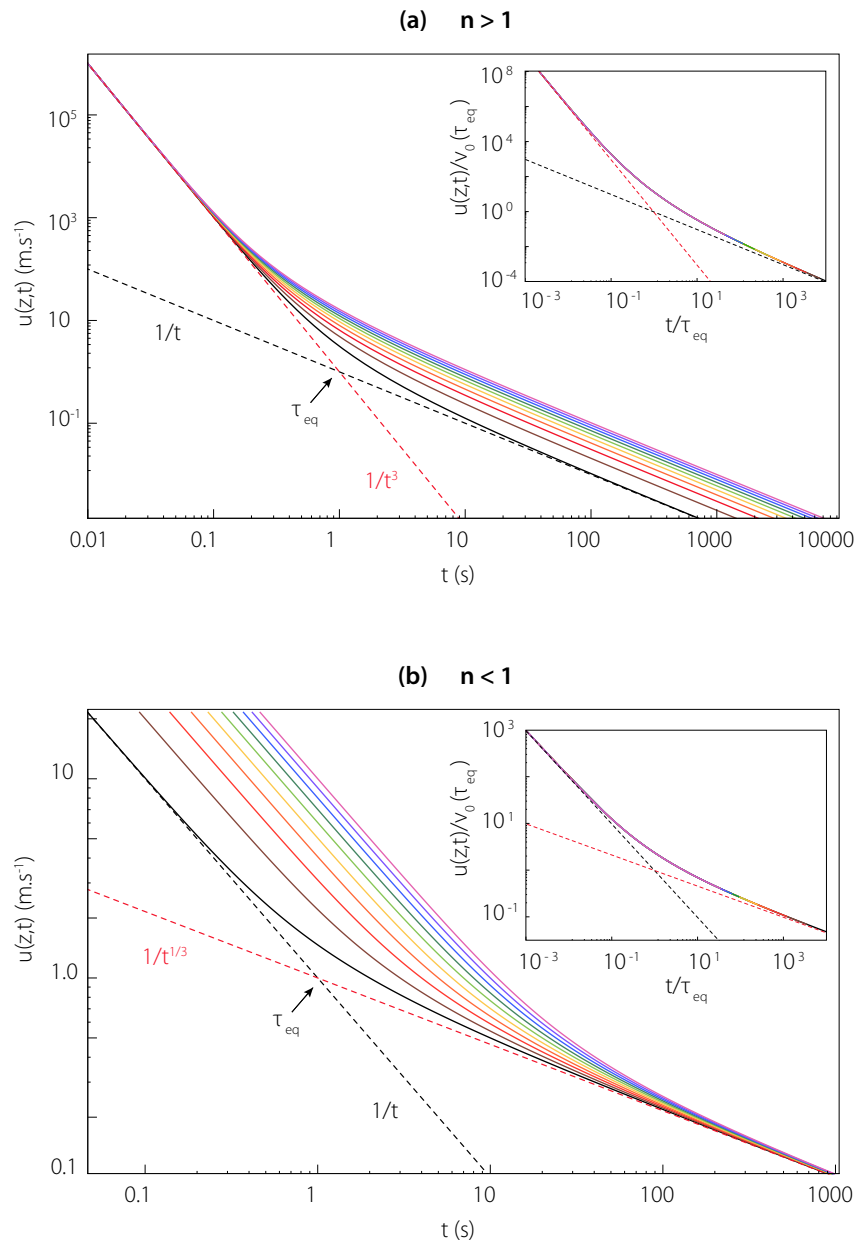


FIGURE 4.10: Dépendance de la vitesse dans le jet en fonction du temps pour (a) $n = 3$ et (b) $n = 1/3$ à positions z fixées. Chaque courbe correspond à une position différente variant de 0.1 m à 1 m par pas de 0.1 m. Pour n supérieur à 1 , $u(z,t)$ tend vers z/t aux grands temps alors que pour n inférieur à 1 , $u(z,t)$ tend vers l'injection à ces grands temps. En insert : courbes remises à l'échelle en traçant $\frac{u(z,t)}{v_0(\tau_{eq})}$ en fonction de $\frac{t}{\tau_{eq}}$.

De plus, nous retrouvons aussi le comportement attendu dans le paragraphe 4.3.4 pour la position de la transition dans le cas où n est supérieur à 1 : nous voyons que plus z est petit et plus la transition se fait à des temps grands. Comme précédemment, cela explique pourquoi lorsque z est faible, la vitesse est différente de la vitesse d'injection

(mais cette fois-ci à des temps grands) mais tend en réalité vers celle-ci lorsque l'on diminue encore z .

Par ailleurs, nous pouvons utiliser la position de cette transition τ_{eq} pour remettre à l'échelle ces courbes. En insert de la figure 4.10 (a) et (b), nous avons les mêmes données sous la forme $\frac{u(z,t)}{v_0(\tau_{eq})}$ en fonction de $\frac{t}{\tau_{eq}}$: nous constatons que toutes les courbes se réunissent bien sur une même courbe maîtresse. Cette courbe maîtresse dépend en revanche de la valeur de n puisqu'elle est tangente à $1/\tau^n$ à une de ses extrémités et à $1/\tau$ à l'autre (courbes en pointillés rouges et noirs).

Sur la figure 4.11, nous regardons maintenant la dépendance de la vitesse avec la position en nous plaçant donc à t fixé. Cette fois-ci pour réaliser ces courbes avec la même fonction d'injection que ci-dessus, nous traçons les couples :

$$\begin{cases} z = (t - \tau)v_0(\tau) \\ u = v_0(\tau) \end{cases}$$

Comme vu dans le paragraphe 4.3.5, dans le cas où t est fixé, si n est supérieur à 1 travailler à grands τ signifie travailler à grands z . A l'inverse, si n est inférieur à 1 cela veut dire travailler à z petit. La figure 4.10 (a) présente le cas $n = 3$: nous constatons que pour z grand la vitesse dans le jet est bien linéaire avec la position, ce qui est conforme à l'évolution en z/t indiquée en pointillé noirs.

Remarquons que pour des faibles valeurs de z , nous nous attendons à trouver une vitesse non nulle et proche de la vitesse d'injection, alors que les courbes semblent converger vers l'origine. En réalité, la vitesse tend bien vers la vitesse d'injection v_0 lorsque z tend vers 0 mais étant données les valeurs des temps représentées ici, les vitesses d'injections sont tellement petites qu'elles se confondent avec 0. En effet, pour la courbe la plus à gauche, à $t = 10$ s, la vitesse d'injection vaut 10^{-3} m.s⁻¹ puisque $n = 3$, donc il faudrait agrandir la courbe au voisinage de l'origine pour voir cette vitesse d'injection.

La figure 4.11 (b) montre le cas $n = 1/3$. Afin de mieux souligner le comportement aux petits z , c'est à dire aux grands τ , nous avons ajouter les droites d'équation $v_0(t) + nz/t$ en pointillés rouges. Nous constatons que ces droites sont bien tangentes à nos courbes théoriques au voisinage de l'origine. Cela valide donc cette évolution pour les grands τ dans le cas où n est inférieur à 1. De plus, nous constatons pour τ petit, le régime en z/t est bien observé aussi dans ce cas $n = 1/3$ puisque les courbes théoriques tendent vers z/t (courbes en pointillés noirs).

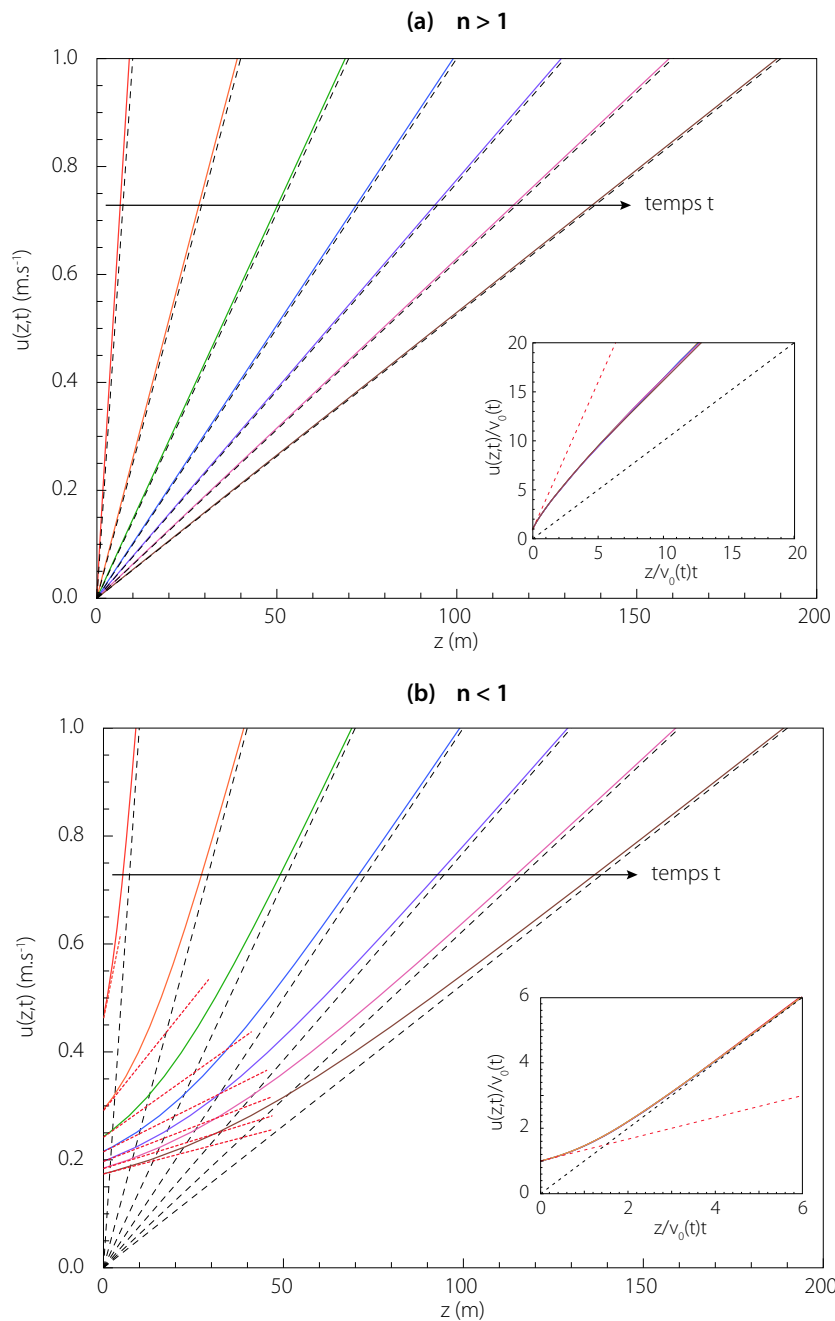


FIGURE 4.11: Dépendance de la vitesse dans le jet en fonction de la position (a) pour $n = 3$ et (b) pour $n = 1/3$ à temps t fixés. Chaque courbe correspond à un temps différent variant de 10 s à 190 s par pas de 30 s. Pour tout n , $u(z, t)$ tend vers z/t (pointillés noirs) aux grandes positions et vers $v_0(t) + nz/t$ aux petites positions (pointillés rouge). En insert : courbes remises à l'échelle en traçant $\frac{u(z, t)}{v_0(t)}$ en fonction de $\frac{z}{v_0(t)t}$.

Lorsque l'on regarde $u(z, t)$ à t fixé, finalement au bout d'une distance suffisamment grande les courbes se rejoignent toutes sur une évolution en z/t pour tout n .

Comme précédemment, nous pouvons réunir ces données à différents t sur une courbe maîtresse imposée par n . Pour cela, nous représentons en insert de la figure 4.10 $\frac{u(z,t)}{v_0(t)}$ en fonction de $\frac{z}{tv_0(t)}$ (avec t fixé pour chaque courbe puisqu'ici $u(z,t)$ est tracé en fonction de z). Nous voyons que ces courbes-maîtresses donnent bien les comportements limites : aux petits z , cette courbe part bien de $\frac{u(z=0,t)}{v_0(t)} = 1$ avec une pente en n/t (courbe en pointillés rouges) et tend ensuite aux grand z vers z/t (courbe en pointillés noirs). Remarquons que pour le cas $n = 3$, il faudrait regarder à des z beaucoup plus élevés pour bien voir les courbes remises à l'échelle rejoindre la courbe en pointillés noirs.

4.3.7 La clepsydre : « expérience théorique »

Dans la partie précédente, nous avons montré que la vitesse $u(z,t)$ observée à une position fixe z tend vers l'attracteur inertiel z/t si la décroissance de l'injection est plus rapide que $1/\tau$. Nos expériences de la partie 4.2, pour lesquelles n est supérieur à 1, se placent toutes dans cette situation là. Cependant, nous avons aussi vu que si la décroissance de la fonction d'injection n'est pas assez rapide, la vitesse dans le jet doit tendre aux grands temps vers la vitesse d'injection : il y a alors mémoire de l'injection.



FIGURE 4.12: Photographie d'une clepsydre, fabriquée à l'imprimante 3D, conçue pour que la vitesse de vidange soit $v_0(\tau) = \frac{2}{(\tau+0.7)^{1/3}}$. Les flancs sont de forme hyperbolique.

Afin de vérifier expérimentalement cette mémoire de l'injection, nous avons conçu une expérience dans laquelle la vitesse d'injection, soit $u(z=0, t=\tau) = v_0(\tau)$, décroît moins vite que $1/\tau$. Pour obtenir un débit bien régulier, nous nous sommes inspirés de

la clepsydre classique : un récipient ayant une forme judicieusement choisie et contenant le fluide est vidangé par un orifice se situant dans son fond. Grâce à la pression hydrostatique, le liquide s'écoule à la vitesse $\sqrt{2gz(t)}$ où $z(t)$ est la hauteur d'eau dans le récipient. Pour une clepsydre classique, il faut que $z(t)$ suive une évolution linéaire avec le temps afin que la vitesse de vidange soit constante. Dans ce cas-là, la forme du récipient doit vérifier $R(z) \propto z^{1/4}$. Pour notre expérience, nous voulons que la vitesse de vidange obéisse à une loi de puissance. Nous devons donc calculons la forme des flancs du récipient à fabriquer en fonction de la vitesse d'injection souhaitée.

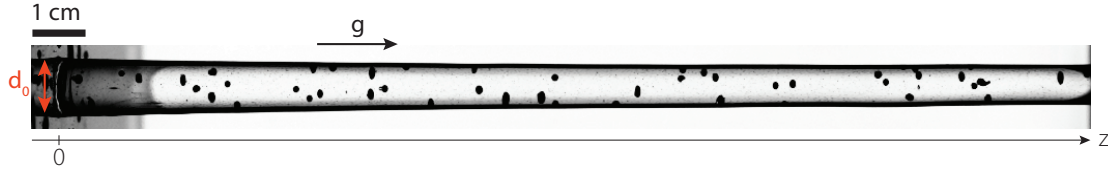


FIGURE 4.13: Image tirée d'une expérience réalisée avec la clepsydre de la figure 4.12. Le liquide est un mélange d'eau et de glycérol de viscosité ~ 35 mPa.s et de densité 1.2. Les particules isodenses servent de marqueurs passifs de l'écoulement.

Nous avons choisi ici une clepsydre dont la vitesse d'injection est telle que $n = 1/3$ et $A = 2$. Dans l'annexe B, nous détaillons comment fabriquer un tel objet avec une imprimante 3D. L'objet final, présenté en figure 4.12, se compose de trois parties et mesure environ 30 cm de haut. La pièce centrale est celle permettant d'obtenir la vitesse de vidange désirée et dans le cas où $n = 1/3$, cette partie est telle que $R(z) \propto 1/z$. La pièce du bas permet quant à elle d'obtenir la bonne hauteur de liquide à la base de la pièce centrale sans avoir à construire une clepsydre de largeur infinie. Bien sûr, lorsque la vidange arrivera à ce niveau-là, l'injection ne suivra alors plus la loi en puissance $-1/3$. Enfin, la pièce du haut sert à établir un régime permanent dans l'écoulement avant d'arriver dans la partie centrale. L'ensemble est collé sur une plaque de plexiglas, percée en son centre d'un trou de 1 cm de diamètre, puis est placé sur un support permettant l'observation de la vidange sur une vingtaine de centimètres sous le dispositif.

Pour réaliser l'expérience, la clepsydre est initialement remplie du même liquide que celui utilisé dans la partie 4.2ensemencé de petites billes isodenses. Le trou de vidange est simplement obstrué grâce à une lamelle en verre maintenue pressée sous la plaque de plexiglas. À $t = 0$, nous faisons coulisser cette plaque de verre, afin de permettre au fluide de s'écouler par le trou. Nous obtenons alors un jet tel que celui présenté en figure 4.13. Nous le filmons grâce une caméra rapide à 500 images par seconde. Le jet obtenu est très régulier et son écoulement dure une trentaine de secondes, dont une vingtaine dans le régime correspondant à la pièce centrale de la clepsydre.

Comme précédemment, nous pouvons relever expérimentalement les positions des marqueurs passifs en fonction du temps. Vu le grand nombre de particules présentes

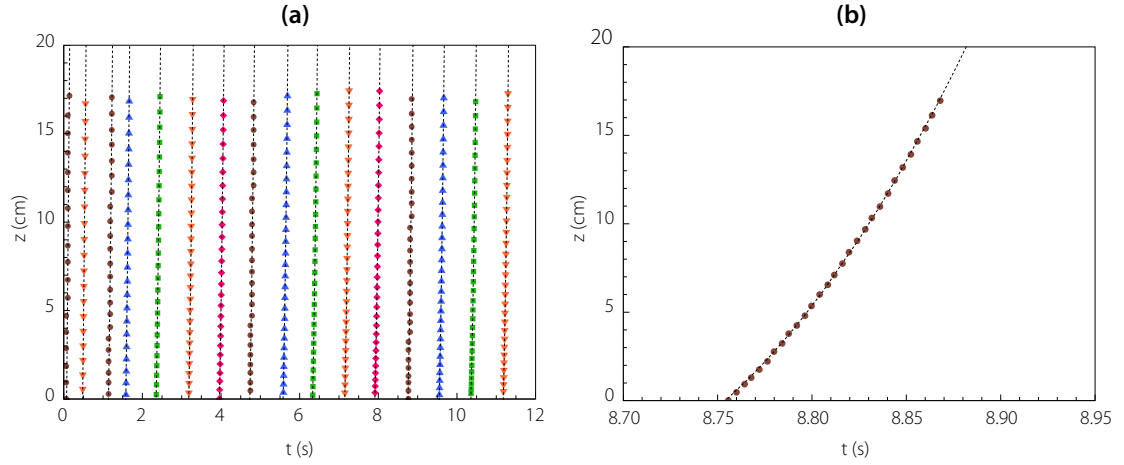


FIGURE 4.14: Position z en fonction du temps de particules dans le jet issu de la clepsydre et évolutions balistiques prévues en $z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) + \frac{g}{2}(t + t_i)^2$ en pointillés. (a) : sélection d'une quinzaine de particules sur environ 1 000 présentes dans le jet et (b) : trajectoire d'une particule représentative de l'ensemble des données et montrant un bon accord avec l'évolution balistique.

en solution (environ 1 000), nous utilisons pour cela un code fonctionnant sous matlab et mis à disposition librement à l'adresse suivante : http://leviathan.eng.yale.edu/software_tracking.html.

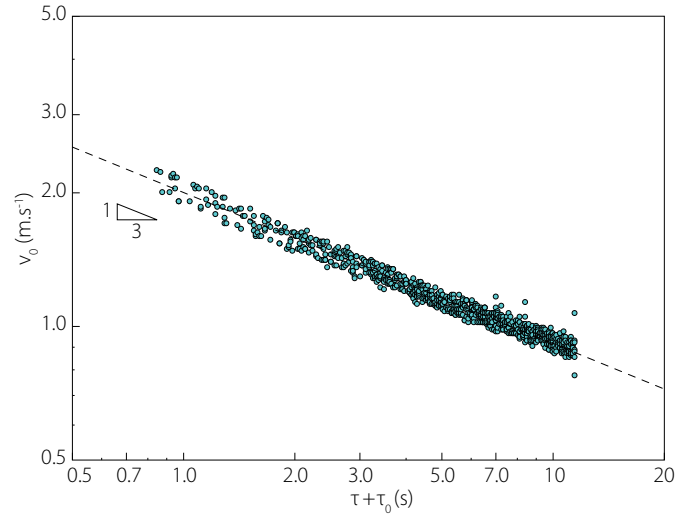


FIGURE 4.15: Fonction d'injection obtenue pour la clepsydre. La courbe en pointillés représente l'évolution attendue en $v_0(\tau) = \frac{2}{(\tau + \tau_0)^{1/3}}$ avec $\tau_0 = 0.7$. Chaque point représente un marqueur passif.

Sur la figure 4.14 (a), nous présentons quelques unes des trajectoires obtenues et leurs régressions selon la forme $z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) + \frac{g}{2}(t + t_i)^2$. La figure 4.14 (b) montre une seule de ces trajectoires, représentative de nos données, sur un intervalle temporel beaucoup plus court : nous constatons alors que cette trajectoire balistique est bien en adéquation avec nos valeurs expérimentales. Ainsi, chaque particule dans le jet se comporte bien comme si elle était isolée, ce qui signifie que **le jet est bien dans une**

régime inertiel. La capillarité et la viscosité n'influencent pas sa dynamique et seule la gravité intervient à travers le terme $\frac{g}{2}(t + t_i)^2$.

Afin de vérifier que notre clepsydre produit bien une vitesse de vidange proportionnelle à $1/t^{1/3}$, nous procédons comme dans la partie 4.2.4. À partir des régressions balistiques effectuées et en ne regardant que la partie inertielle, nous traçons les couples $(t_i, v_{0,i})$ en figure 4.15. **Nous observons alors sur une décade la fonction d'injection souhaitée**, représentée par la droite en pointillés. Cela permet donc de valider le bon fonctionnement de notre clepsydre.

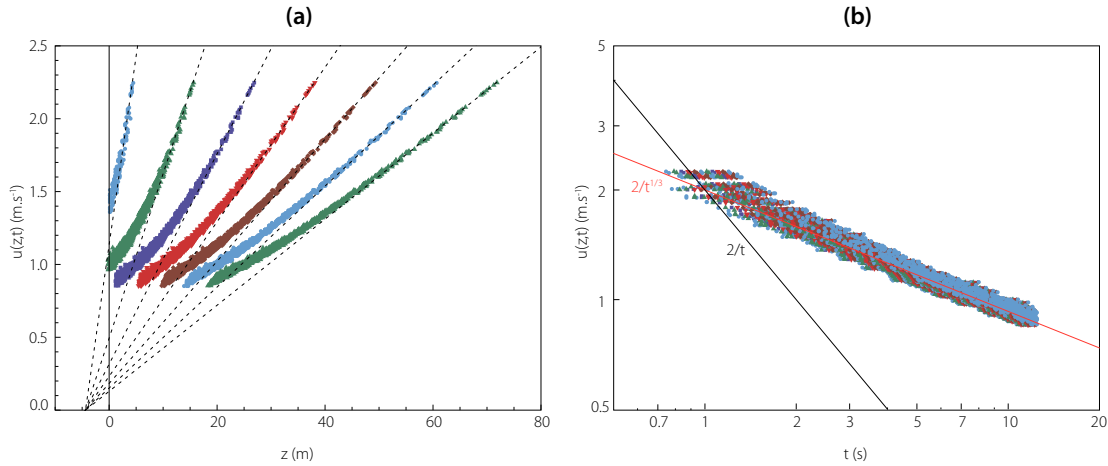


FIGURE 4.16: $u(z, t)$ (a) à temps fixés ($t \in [2 \text{ s}; 32 \text{ s}]$ et $\Delta t = 5 \text{ s}$) et (b) à positions fixées ($z \in [0 \text{ m}; 1 \text{ m}]$ et $\Delta z = 0.1 \text{ m}$) pour la clepsydre. Courbes en pointillés en (a) : évolution en $\frac{z+z_0}{t+t_0}$ ($z_0 = 4.38 \text{ m}$ et $t_0 = 1.86 \text{ s}$), courbes en trait plein en (b) : fonction d'injection (rouge) et évolution en $1/t$ (noir).

Sur la figure 4.16, nous présentons les vitesses obtenues $u(z, t)$ pour cette expérience de clepsydre avec une fonction d'injection en $2/\tau^{1/3}$ en fonction (a) de la position et (b) du temps en prenant en compte uniquement la partie inertielle. Nous retrouvons bien des courbes similaires à celles des figures 4.11 et 4.10. À t fixé, la vitesse dans le jet part de la fonction d'injection en étant tangente à $v_0(\tau) + \frac{z}{3t}$ puis tend vers l'attracteur inertiel en z/t pour les grands z . De même, **à z fixé, $u(z, t)$ tend vers l'injection $v_0(\tau)$ pour les grands temps** (sur la figure 4.16 (b), les petits temps ne sont pas visibles dans notre gamme expérimentale).

4.4 Lien entre la vitesse dans le jet et sa forme

4.4.1 Forme des jets dans un régime inertiel

Nous venons de voir que selon la fonction d'injection du jet étudié, nous sommes capables de prévoir l'évolution de son champ de vitesse. Nous cherchons maintenant à prévoir sa forme. Dans leur étude concernant les jets issus de cavités créées par l'impact d'objet dans un liquide, Gekle *et al.* [72] obtiennent l'expression suivante pour décrire l'évolution du rayon du jet en fonction de la vitesse d'injection $v_0(\tau)$ et de l'étirement dans le jet $s_0(\tau) = \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{t \text{ fixé}}, (z = 0) = -\frac{v'_0(\tau)}{v_0(\tau) - z'_0(\tau)}$:

$$r(z, t) = \frac{r_0(t)}{\sqrt{1 + (z - z_0(\tau)) \frac{s_0(\tau)}{v_0(\tau)}}} \quad (4.21)$$

où $r_0(\tau) = r(z = z_0, t = \tau)$ est le rayon au niveau du début de la zone balistique en $z = z_0$ tel que $u(z = z_0, t = \tau) = v_0(\tau)$. Dans notre étude expérimentale, nous prenons comme niveau de référence la surface du liquide au repos ($z = 0$), et nous définissons la vitesse d'injection à cette position puisque nous ne pouvons pas faire d'observation expérimentale du jet lorsqu'il est encore dans la cavité. Cependant, prendre $z_0 = 0$ ne change rien dans le résultat présenté ci-dessus à partir du moment où l'injection est bien définie à cette même position, ce qui est notre cas.

Nous constatons que, comme observé dans la partie 3.4.5, la sélection de l'évolution du rayon du jet passe par une **compétition entre l'alimentation v_0 et l'étirement au sein du jet s_0** . Cela peut se comprendre en revenant à l'équation de continuité qui décrit l'évolution du rayon :

$$\frac{\partial r^2}{\partial t} = -\frac{\partial u r^2}{\partial z} \quad (4.22)$$

Cette équation s'obtient simplement en écrivant le bilan de masse dans une tranche de jet comprise entre z et $z + \delta z$ sur une durée δt . La quantité de fluide gagné par cette tranche est :

$$\delta m = \rho \pi (r^2(z, t) u(z, t) - r^2(z + \delta z, t) u(z + \delta z, t)) \delta t = -\rho \pi \frac{\partial u r^2}{\partial z} \delta z \delta t$$

Le rayon du jet s'adapte alors pour répartir cette quantité de liquide, d'où :

$$\delta m = \rho \pi (r^2(z, t + \delta t) - r^2(z, t)) \delta z = \rho \pi \frac{\partial r^2}{\partial t} \delta t \delta z$$

En égalisant ces deux termes, nous obtenons bien l'équation (4.22).

En se plaçant au niveau de l'injection en $z = 0$, le terme correspondant à la quantité de liquide gagnée par une tranche de jet de faible épaisseur se comporte donc comme :

$$\delta m \sim -u(z=0, t) \left. \frac{\partial r^2}{\partial z} \right|_{z=0} - r^2 \left. \frac{\partial u}{\partial z} \right|_{z=0} \sim -v_0 \left. \frac{\partial r^2}{\partial z} \right|_{z=0} - r^2 s_0$$

Finalement, cette masse se décompose en deux termes : le premier $-v_0 \frac{\partial r^2}{\partial z}$ est toujours positif et correspond à la contribution de l'injection. Le second $-r^2 s_0$ est négatif, car u croît avec z donc s_0 est positif, et correspond à l'élongation subie par le jet. Nous pouvons donc expliquer les deux régimes observés dans la partie 3.4.5 : quand l'injection est suffisamment forte, le premier terme domine le second et le δm obtenu est positif. Le rayon du jet s'élargit donc au cours du temps. Dans le cas des jets étudiés au chapitre 3, cet élargissement suit la loi en $r(z, t) = \frac{\sqrt{t+t_0}}{z+z_0}$. Dans un second temps, quand l'injection devient trop faible, les effets de l'étirement prennent le dessus et δm devient négatif : le jet commence à s'affiner à sa base comme vu dans la partie 3.4.5.

L'équation (4.21) nous fournit une expression de la forme du jet en fonction du temps. Bien que nous connaissions la fonction d'injection et que nous puissions aisément évaluer l'étirement dans le jet (pour $v_0(\tau) = A/\tau^n$, l'étirement vaut simplement $s_0(\tau) = n/\tau$), **nous ne pouvons pas simplement exprimer le rayon puisqu'il semble que rien ne permet de prévoir l'évolution de r_0** . De même que dans la partie 3.3.5, connaître le champ de vitesse² ne suffit pas à contraindre l'évolution du rayon.

4.4.2 Forme des jets dans un régime inertio-capillaire

Nous nous intéressons dans ce paragraphe aux jets à petites échelles pour lesquels la capillarité est non négligeable. C'est le cas par exemple des jets créés par l'éclatement de petites bulles (étudiés au chapitre 2) et des jets créés par l'impact d'une goutte dans un liquide. Sur la figure 4.17 (a) et (b), nous avons tracé la position de marqueurs passifs présents dans le liquide au cours du temps pour ces deux types de jets et nous l'avons comparé à l'évolution balistique en $z_i = v_{0,i}(t + t_i) - \frac{1}{2}g(t + t_i)^2$. Dans le cas de ces jets capillaires, les marqueurs passifs utilisés sont des paillettes pour les jets issus de l'impact de goutte et du cacao pur pour les jets obtenus après l'éclatement de bulles. Nous constatons alors qu'une telle description mêlant inertie et gravité ne décrit pas bien nos données. Cela signifie que dans ces cas-là, la capillarité est à prendre en compte pour exprimer le champ de vitesse dans le jet.

2. Dans le cas d'un jet après la chute d'une bille [72], le champ de vitesse est connu et les auteurs trouvent $u(z, t) = \frac{zv_0}{\sqrt{1+(z-z_0)\frac{g}{v_0}}} - v_0$.

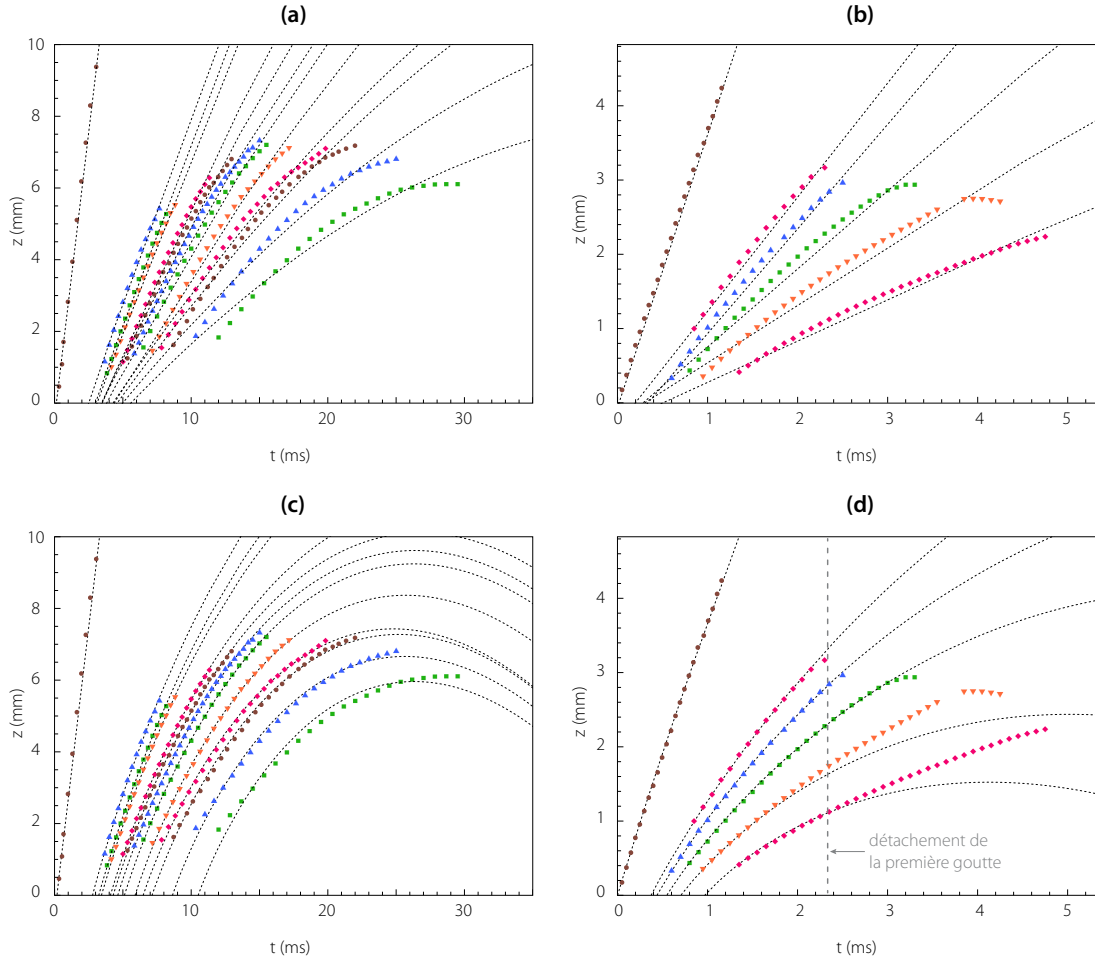


FIGURE 4.17: Positions de particules dans des jets capillaires en fonction du temps. Ligne du haut : régressions balistique en $z_i = v_{0,i}(t + t_i) - \frac{1}{2}g(t + t_i)^2$. Ligne du bas : régressions selon l'expression proposée par Ting et Keller[121] $z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) - 2B(t + t_i)^{3/2}$ avec $B = 3$ pour (c) et $B = 8.6$ pour (d). (a) et (c) : jet obtenu après l'impact d'une goutte de 1.71 mm de rayon dans la solution S4. (b) et (d) : jet obtenu après l'éclatement d'une bulle de rayon 903 μm dans la solution S4.

Dans les cas de ces jets de petites tailles, où la gravité est donc dominée par l'inertie et la capillarité, l'évolution du champ de vitesse est directement dépendante de la forme du jet *via* le saut de pression de Laplace lors du passage de l'interface liquide-air. De même, l'équation de continuité nous indique que la forme du jet dépend du champ de vitesse : l'évolution de la vitesse dans le jet et de la forme de celui-ci sont donc dépendantes l'une de l'autre. En supposant que le fluide est incompressible et irrotationnel et que l'écoulement se fait principalement selon la direction z , nous pouvons décrire le champ de vitesse $u(z, t)$ et la forme du jet $R(z, t)$ en utilisant la condition d'incompressibilité, la condition de continuité et l'équation de Bernoulli à la surface libre

[68, 121] :

$$\Delta\phi = 0 \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial R}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial R}{\partial z} = -\frac{R(z,t)}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\nabla\phi)^2 = -\frac{\gamma}{\rho} \kappa(z, t) \quad (4.25)$$

où ϕ est le potentiel des vitesses et $\kappa(z, t)$ la courbure au point $M(R(z, t), z)$ appartenant à l'interface.

En utilisant le caractère étiré de ces jets, Ting & Keller [121] ont réalisé une résolution de ces équations dans une approximation unidimensionnelle. Ils trouvent alors des familles de solutions auto-similaires qui peuvent correspondre à différentes situations physiques comme par exemple la rétractation d'un ligament liquide après le détachement d'une goutte ou encore la rupture d'un jet de liquide. L'une d'entre elles nous intéresse plus particulièrement puisqu'elle peut décrire le cas de jet semi-infini dont le rayon croît initialement et dont la vitesse décroît avec le temps, ce qui correspond au cas des jets de décharge capillaires issus de l'éclatement de petites bulles et de l'impact de gouttes. Dans ce cas-là, ces auteurs trouvent que le rayon et la vitesse dans le jet suivent, à l'ordre dominant, une évolution auto-similaire en :

$$u(z, t) = \frac{z}{t} - B\sqrt{t} \quad (4.26)$$

$$R(z, t) = \frac{1}{3Bt} \left(\frac{z}{2t^{3/2}} + B \right)^{-1} \quad (4.27)$$

tel que $B > 0$ et $z > -2Bt^{3/2}$. Ce champ de vitesse composé de deux termes nous fait penser à celui obtenu pour les jets à grande échelle (équation (4.6)) : pour lesquels le terme inertiel z/t est corrigé par un terme gravitaire. Ici, nous avons en quelque sorte une évolution inertielle corrigée par un terme capillaire $-B\sqrt{t}$.

En prenant cette expression du champ de vitesse $u(z, t)$ (point de vue eulérien), nous pouvons exprimer la vitesse d'une particule évoluant dans le jet $v_i(t)$ (point de vue lagrangien) à partir de la définition de la dérivée particulaire : $\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z}$. Après intégration, nous obtenons :

$$v_i(t) = v_{0,i} - 3B\sqrt{t} \quad (4.28)$$

$$z_i(t) = v_{0,i}(t + t_i) - 2B(t + t_i)^{3/2} \quad (4.29)$$

Afin de vérifier expérimentalement cette expression de la vitesse pour un jet capillaire, nous avons superposé les régressions obtenues en utilisant l'équation (4.29) à nos données expérimentales des positions de particules en fonction du temps en figure 4.17 (c) et (d). Les régressions ont été réalisées avec un même paramètre B pour les

différentes particules de chaque jet. Nous constatons que **l'expression calculée par Ting & Keller semble assez bien décrire nos données**, malgré quelques écarts aux temps les plus grands. Ces écarts se comprennent bien, car, assez rapidement, la tête du jet commence à être perturbée par le détachement de gouttes dû à l'instabilité de Rayleigh-Plateau. En effet, juste après le détachement d'une goutte, le liquide en tête de jet est alors ralenti car la rétraction du cou liquide de très faible rayon, telle que décrite par Keller & Miksis [69], va en sens inverse du jet initial.

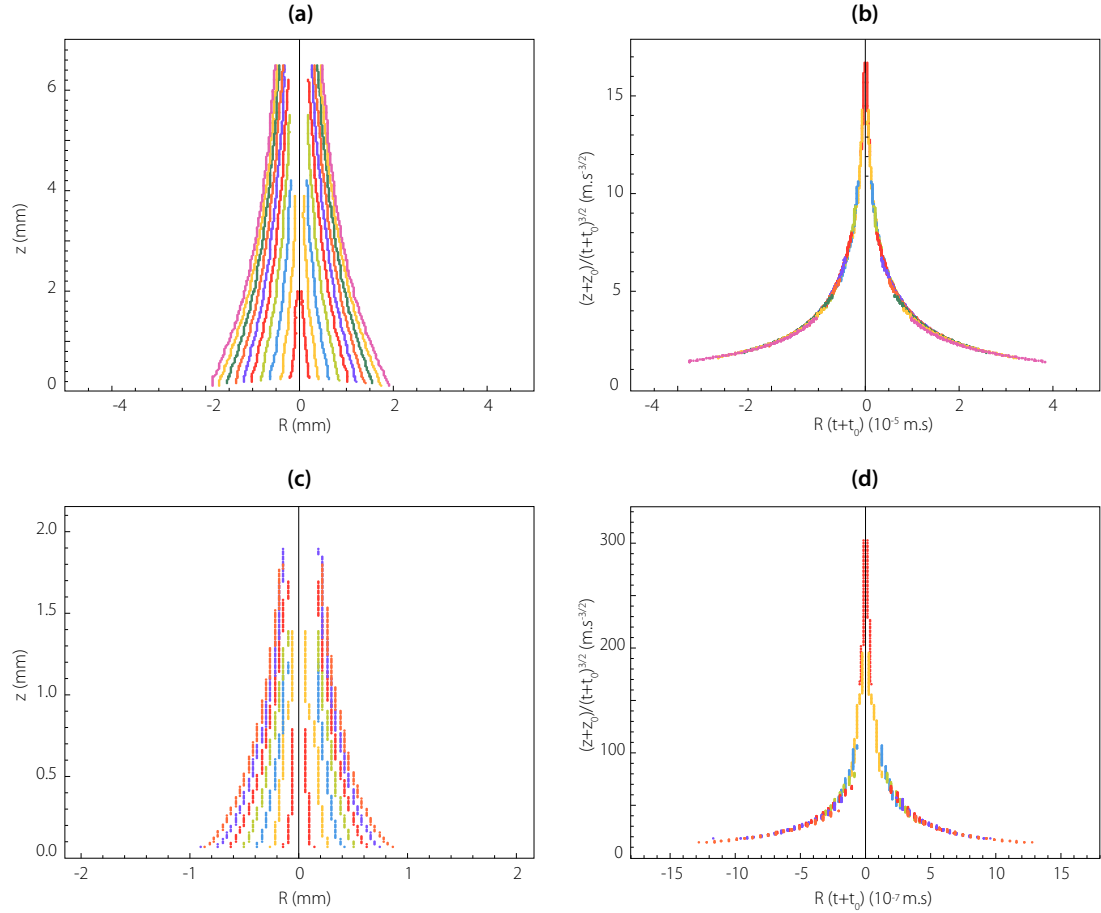


FIGURE 4.18: Profils de jets capillaires remis à l'échelle suivant la forme $(z + z_0)/(t + t_0)^{3/2} = F(x/(t + t_0))$ proposée par Ting et Keller [121]. Ligne du haut : profils expérimentaux (a) bruts et (b) remis à l'échelle du jet obtenu après l'impact d'une goutte de 1.71 mm de rayon dans la solution S4. Entre deux profils : $\delta t = 1.67$ ms. Ligne du bas : profils expérimentaux (a) bruts et (b) remis à l'échelle du jet obtenu après l'éclatement d'une bulle de rayon 887 μm dans la solution S6. Entre deux profils : $\delta t = 200$ μs .

Pour valider ou non cette expression du champ de vitesse (équation (4.27)), il faut aussi regarder si le rayon est bien décrit par l'évolution auto-similaire de l'équation (4.26). Pour cela, nous présentons des profils à différents instants de jets capillaires issus de l'impact de goutte et de l'éclatement de petites bulles sur la figure 4.18, et nous les remettons à l'échelle en utilisant le couple de variables auto-similaires $(Rt, z/t^{3/2})$. Nous observons que ces variables auto-similaires représentent de façon très satisfaisante

la forme de nos jets puisque chaque courbe correspondant à un temps donné se trouve bien sur une même courbe-maîtresse après la remise à l'échelle. Pour les jets d'impact de goutte, ces données correspondent à la même expérience que celle présentée en figure 4.17 : pour des temps allant de 0 à 17 ms l'évolution du jet semble donc très bien décrite par les équations (4.26) et (4.27) puisque dans cette gamme de temps, à la fois le rayon et la vitesse suivent bien les prédictions de Ting & Keller. Pour des temps plus grands, le jet commence à se rétracter suite au détachement de gouttes.

Concernant les jets issus de l'éclatement de petites bulles, il est plus difficile de conclure. En effet, pour regarder l'évolution du rayon, nous avons dû prendre un jet faisant parti d'une série d'expériences différentes (même taille de bulle mais viscosité différente) de celui présentée en figure 4.17, afin d'avoir le jet le plus axisymétrique possible. C'est pourquoi, nous ne pouvons pas comparer les temps entre ces deux figures. Cependant, nous constatons que sur cet exemple de jet issu de l'éclatement d'une bulle, l'expression du rayon (4.26) semble en bon accord avec l'expérience et que sur la figure 4.17, le champ de vitesse coïncide bien avec l'expérience lors des premiers instants, avant le détachement de la première goutte.

Finalement, ces quelques expériences montrent que les jets de décharges capillaires, tels que ceux issus de l'impact d'une goutte ou de l'éclatement d'une bulle, ont des profils bien décrits par une des solutions auto-similaires de Ting & Keller (équation (4.26)). Le champ de vitesse au sein de ces jets est différent de z/t , à cause de la capillarité, se rapprochant plutôt de l'évolution prédite par Ting & Keller (équation (4.27)). Il est cependant difficile de conclure sur l'évolution du champ de vitesse, car ces jets capillaires sont rapidement perturbés par le détachement de goutte en tête de jet.

Toutefois, si cette solution auto-similaire, décrivant la forme et la vitesse du jet, est la bonne, il est intéressant de souligner que pour les jets issus de l'éclatement d'une petite bulle celle-ci est différente de l'évolution de la cavité juste avant la formation de la tête du jet, c'est à dire avant la singularité. En effet, nous avons vu dans la partie 2.3.5 que la cavité est adéquatement représentée par les variables auto-similaires $(\frac{x}{(t_0-t)^{2/3}}, \frac{z+z_0}{(t_0-t)^{2/3}})$. Cette solution est unique et est imposée par l'équilibre entre l'inertie du liquide et la tension de surface. Cependant, lorsque le jet est lancé, il y a une nouvelle contrainte car il est étiré. C'est pour cela que Ting & Keller [121] obtiennent, avec les mêmes équations, toute une famille de solutions autosimilaires : la solution n'est plus unique. Nous venons de voir en figure 4.18 (d) que dans notre cas, les bonnes variables auto-similaires décrivant la forme du jet qui s'étire sont $(\frac{x}{(t+t_0)^{-1}}, \frac{z+z_0}{(t+t_0)^{3/2}})$: nous observons donc une solution auto-similaire différente avant et après la singularité. Cela n'est pas forcément étonnant car nous regardons le jet au-dessus de la surface libre : nous n'avons en fait pas accès aux

tous premiers instants après la singularité, où l'évolution en $(\frac{x}{(t_0-t)^{2/3}}, \frac{z+z_0}{(t_0-t)^{2/3}})$ pourrait peut-être encore fonctionner...

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés au champ de vitesse dans des jets de liquide étirés, évoluant dans un domaine inertiel. Pour confirmer la forme en z/t souvent évoquée dans la littérature, nous avons réalisé des expériences sur plusieurs types de jets : les jets de l'expérience de Pokrovski, les jets de l'expérience de Faraday, les jets issus de la chute d'une bille dans un liquide et les jets de l'expérience modèle de la partie 3.3. Ces jets sont produits de manières diverses mais une fois éjecté, nous avons montré que le champ de vitesse en leur sein évolue en $\frac{z+z_0}{t+t_0}$ (cf. figures 4.5 et 4.10). Cette vitesse vérifie bien l'équation de Bùrgers, qui est ici l'équation à prendre en compte puisqu'elle décrit la dynamique du liquide dans un régime inertiel et selon un approximation unidimensionnelle.

Ce champ de vitesse en z/t peut laisser supposer que la vitesse d'injection des particules fluides dans les jets se comporte elle aussi comme $1/t$. Afin de vérifier cela, nous avons mesuré cette vitesse d'injection v_0 , c'est à dire la vitesse en $z = 0$. Nous avons alors constaté que les quatre jets de notre étude présentaient tous des vitesses d'injection différentes de $1/t$. Finalement, nous avons opté pour une description de la forme $v_0(\tau) = \frac{A}{(\tau+\tau_0)^n}$ et nous avons observé que dans nos expériences, n est toujours supérieur à 1 (cf. figure 4.9).

Pour comprendre comment la vitesse dans le jet passe de $v_0 = \frac{A}{(\tau+\tau_0)^n}$ en $z = 0$ à une évolution en $1/t$ à un z plus élevé, nous avons réalisé une analyse cinématique de ce problème. Suivant les valeurs prises par n , deux comportements ont été observés. Si $n > 1$, la vitesse dans le jet à z fixé se comporte comme $1/t$ aux temps grands et comme $1/t^n$ aux temps courts (cf. figure 4.10). À l'inverse, si $n < 1$, la vitesse dans le jet à z fixé va comme $1/t^n$ aux temps grands et comme $1/t$ aux temps courts. Par ailleurs, à t fixé et pour tout n , le champ de vitesse du jet tend vers z/t aux grands z et vers $v_0(t) + \frac{nz}{t}$ aux petits z (cf. figure 4.11).

Puisque dans nos expériences nous avons toujours $n > 1$, nous retrouvons donc une vitesse en z/t à des temps suffisamment grands. Nous avons pu déterminer la position de la transition entre ces deux régimes : $t_{eq} = 2 \left(\frac{A}{z} \right)^{\frac{1}{n-1}}$. Cette position dépend de la position z , ce qui rend ce problème complexe.

Par ailleurs, nous avons pu réaliser expérimentalement le cas $n < 1$, en créant un écoulement en $1/t^{1/3}$ grâce à une clepsydre à débit variable fabriquée à l'imprimante 3D. Nous retrouvons bien les courbes attendues (cf. 4.16).

Nous nous sommes ensuite penchés sur le cas des jets à petite échelle tels que ceux apparaissant lors de l'éclatement de petites bulles ou suite à la chute d'une goutte dans un liquide. À cause de leurs faibles rayons, la capillarité doit être prise en compte dans la dynamique : la forme et la vitesse des jets suivent des équations couplées. C'est pour cela que le champ de vitesse en z/t ne peut pas être solution pour ces cas-là. Cependant, nous avons pu vérifier expérimentalement une forme auto-similaire proposée par Ting & Keller pour ce type de jets : notre champ de vitesse expérimental semble cohérent avec $u(z, t) = z/t - B\sqrt{t}$ et la forme de nos jets est parfaitement décrite avec les variables auto-similaires $(\frac{x}{(t+t_0)^{-1}}, \frac{z+z_0}{(t+t_0)^{3/2}})$ (cf. figures 4.17 et 4.18).

La question principale qui reste ouverte à l'issue de cette étude est la forme du jet. Dans plusieurs expériences différentes de jets étirés inertiels (jet de bille, jet de la partie 3.3, jet de Pokrovski [122]), nous avons prouvé une forme en $R(z, t) = C\frac{\sqrt{t+t_0}}{z+z_0}$. Cette forme est valable lors de la phase de croissance du jet, lorsque celui-ci est encore alimenté par le liquide qui finit de combler la cavité s'effondrant. Dans les instants suivants, le jet ne subit plus que de l'étirement et son rayon commence à décroître. Contrairement au cas où la capillarité joue, il n'y a pas besoin de savoir ici la forme pour déterminer la vitesse dans le jet. Cependant, connaître la vitesse peut sûrement aider à déterminer la forme du jet. Finalement, y a-t-il un lien entre le champ de vitesse en z/t et cette forme de jet ?

Chapitre 5

Conclusion

5.1 Résumé des principaux résultats

Cette thèse a été consacrée à l'étude expérimentale et théorique de la dynamique de jets de liquide étirés et aux projections ainsi émises. Dans la première partie, nous avons analysé les jets produits par l'éclatement de petites bulles à la surface d'un liquide. Une étude paramétrique expérimentale a permis de montrer les effets inattendus de la gravité et de la viscosité. En effet, bien que les bulles soient de petites tailles, la gravité intervient via la forme statique de la bulle avant son éclatement. Ainsi, au lieu d'une dépendance de la vitesse en $1/\sqrt{R}$, avec R le rayon de la bulle-mère, typique d'un équilibre capillaro-inertiel ($\frac{\gamma}{R} \sim \rho v^2$), la vitesse d'éjection du jet suit une loi en $1/R$. Par ailleurs, la viscosité a un rôle très contre-intuitif : il existe une gamme où plus elle est élevée et plus le jet éjecté est rapide. Cela est dû à son action lors de l'effondrement de la cavité. Après cette partie concernant la dynamique d'éjection du jet, nous avons caractérisé les aérosols produits par ce procédé (gouttes de jet). Nous avons mesuré les tailles, hauteurs et vitesses d'éjection des huit premières gouttes puis nous avons utilisé ces données comme conditions initiales d'un modèle d'évaporation de goutte en mouvement. Nous avons ainsi pu regarder l'influence d'un changement de viscosité du liquide sur l'évaporation des gouttelettes produites. La partie sur la dynamique des jets capillaires a donné lieu à un article dans *Physics of Fluids* [123] tandis que les résultats concernant la caractérisation des aérosols ainsi produits est en court de publication.

Dans la seconde partie, nous avons produit des jets à plus grande échelle, grâce à l'effondrement de cavités de tailles centimétriques. Nous avons réalisé une expérience modèle permettant de faire varier la profondeur et la largeur de la cavité de façon indépendantes tout en conservant la même forme. Pour cela, nous avons sculpté des cavités à la surface de liquide à l'aide de brèves impulsions d'air comprimé. Cette technique

présente en outre l'avantage de ne pas mettre en jeu de singularité lors de la création de la cavité. Nous avons ainsi pu caractériser la dynamique d'éjection de jets dont la force motrice est purement gravitaire. Nous avons observé que la vitesse d'éjection de ces jets présente deux termes : le premier traduit la focalisation de l'énergie dans le jet et le second représente la perte d'énergie par dissipation visqueuse lors de la formation de la tête du jet. Les jets observés sont très focalisés car ils sont plus rapides qu'attendu pour un phénomène gravitaire (nombre de Froude supérieurs à 1 !). Ce travail a donné lieu à une publication dans *Journal of Fluid Mechanics* [124]. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés aux jets produits par la chute d'une bille dans un liquide : ces jets sont-ils eux aussi produits par la focalisation de l'énergie potentielle gravitaire dans le jet ? Malgré l'emploi de liquides assez visqueux, nous avons vu que ces jets ne sont pas uniquement engendrés par la pression hydrostatique qui tend à refermer la cavité. En effet, il faut aussi prendre en compte le saut de pression de Laplace qui est très élevé lorsque la cavité se pince : celui-ci donne lieu à des vitesses très grandes lors du début de la vie du jet. Cependant, ces deux types de jets exhibent de fortes ressemblances puisqu'une fois éjectés, ils ont exactement la même évolution de forme. Comment expliquer ce point commun alors que les deux expériences semblent bien différentes ?

Dans la troisième partie, nous nous sommes intéressés à l'évolution du champ de vitesse dans des jets inertiels étirés : la solution z/t souvent utilisée dans la littérature est-elle valable ? Pour mieux comprendre cela, quatre types de jets de décharges emblématiques ont été analysés : la description en z/t est bien vérifiée expérimentalement. Cependant, il est étonnant de constater que la vitesse dans le liquide au niveau de l'injection dans le jet (que nous définissons au niveau de la surface libre au repos) n'évolue pas en $1/t$ mais en $1/t^n$, avec n supérieur à 1 dans nos expériences. La résolution de l'équation de Burgers nous a permis de montrer que si $n > 1$, la vitesse tend vers $1/t$ aux grands temps alors que si $n < 1$, il tend vers l'injection en $1/t^n$. Grâce à la fabrication d'une clepsydre à débit variable, nous avons pu vérifier expérimentalement ce dernier cas. Nous avons ensuite étudié le lien entre la forme du jet et son champ de vitesse. Dans le cas des jets évoluant dans un régime inertiel, il n'a pas été possible d'établir un lien direct entre la forme fréquemment observée en $R(z, t) = C \frac{\sqrt{t}}{z}$ et la vitesse en z/t car il n'est pas nécessaire de connaître la forme du jet pour prédire sa vitesse. En revanche, dans le cas où la capillarité joue également un rôle, vitesse et rayon de jet sont liés par des équations couplées. Dans le cadre d'une approximation unidirectionnelle, nous avons pu vérifier une solution théorique de la forme et la vitesse dans le jet de Ting & Keller [121].

5.2 Perspectives

Afin de poursuivre ce travail, plusieurs axes peuvent être envisagés :

- Nos expériences de jets issus de petites bulles ne donnent pas les mêmes résultats que les simulations numériques de Duchemin *et al.* [44]. Nous avons montré que cette différence s'explique par la forme de la bulle considérée : quand la bulle est supposée sphérique, comme dans ses expériences numériques, la vitesse d'éjection du jet évolue bien comme la vitesse caractéristique $\sqrt{\gamma/\rho R}$. Dans les expériences réelles, la bulle n'est pas sphérique et nous obtenons une vitesse en $1/R$. Il serait donc intéressant de refaire des simulations numériques en prenant en condition initiale la vraie forme de la bulle à l'équilibre à la surface libre, pour voir si la vitesse obtenue est bien en adéquation avec nos expériences. On pourrait aussi faire varier numériquement l'excentricité de la bulle à rayon équivalent constant et dans un même liquide pour bien analyser le rôle de l'excentricité. Un second paramètre à étudier est la portion de calotte sphérique présentée par la bulle : en effet, lorsque le film sur le dessus de la bulle éclate, il ne reste alors plus que la cavité instable prête à se refermer sous l'effet de la tension de surface. Cependant, si la bulle est plus ou moins grosse, cette portion immergée sera plus ou moins importante. L'énergie capillaire associée, et donc la vitesse du jet, sera ainsi d'autant plus faible ou importante puisqu'elle dépend de l'aire de la cavité. Finalement, la dynamique du jet peut être influencée par la forme de la bulle *via* l'excentricité de la bulle, car le chemin des ondes capillaires dépend de la forme sur laquelle elles se propagent, ou encore *via* la portion de bulle immergée, l'énergie capillaire disponible pour l'effondrement de la bulle étant relié à son aire. Une étude numérique approfondie permettrait de distinguer le rôle de chacun de ces effets.

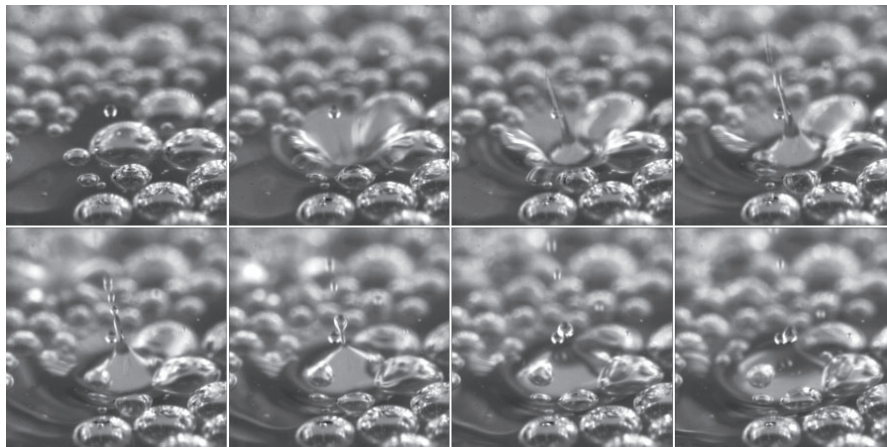


FIGURE 5.1: Éclatement d'une bulle à proximité d'autres bulles. Le voisinage n'est pas symétrique et le jet obtenu est incliné par rapport à la verticale. Tiré de l'article de Liger-Belair *et al.* [125].

- Dans le but de se rapprocher au mieux du vrai champagne pendant la dégustation, il serait intéressant de regarder l'influence de l'interaction entre bulles voisines sur le jet émis lors de l'éclatement d'une bulle. En effet, dans une coupe de champagne, les bulles ne sont en général pas isolées mais se regroupent en radeaux. Liger-Belair *et al.* [125] ont montré que le jet obtenu, lorsque la bulle qui éclate n'a pas un entourage symétrique comme sur la figure 5.1, n'est pas droit. Qu'en est-il de la vitesse de ce jet, sachant que pour une bulle isolée, la vitesse du jet décroît lorsque celui-ci n'est pas droit (cf. 2.2.2.2) ? L'éclatement d'une bulle au sein d'un radeau est-elle capable d'entraîner l'éclatement en série des autres bulles ? Le contact entre deux bulles peut-il entraîner un mûrissement d'Ostwald¹ en un temps relativement court ? ...
- Dans une coupe de champagne, le liquide peut être considéré comme étant au repos. Cependant, pour la surface de l'océan c'est loin d'être le cas. La dynamique des bulles qui éclatent risque donc d'être fortement affectée par le mouvement de la surface libre. En effet, la bulle ne pourra alors pas atteindre la forme d'équilibre qu'elle prend sous une surface libre au repos, et ce changement de forme se traduira certainement sur la vitesse d'éjection du jet et donc sur la taille et le nombre de goutte émises. Pour comprendre l'influence de ce paramètre sur ce phénomène, il serait intéressant dans un premier temps de faire éclater des bulles à la surface d'une cuve subissant un mouvement oscillant vertical qui instaure donc des ondes de surface stationnaires. Où la bulle ira-t-elle se placer : dans les nœuds ou dans les ventres de vibrations ? Quelle sera la vitesse du jet et les caractéristiques des aérosols en fonction de l'endroit et du moment (au plus haut ou au plus bas de l'onde par exemple, ce qui change la courbure de l'interface) où la bulle éclate ?
- Une autre problématique soulevée à propos des jets capillaires est la façon dont la bulle éclate. Nous avons vu que les bulles n'éclatent pas toutes au même endroit, c'est à dire pas nécessairement au sommet de la calotte sphérique et que le temps entre leur formation et leur éclatement varie de quelques fractions de seconde à plus de 15 minutes. Finalement, comment cette rupture de la bulle est-elle initiée ? Quelle est l'influence des paramètres du liquide ?
- Concernant le travail sur les jets à grande échelle, il serait pertinent de réaliser une étude numérique afin de mieux comprendre l'écoulement à la base des jets et donc la focalisation du liquide dans celui-ci. Avec un outil numérique, il serait ainsi aisé de faire varier la forme de la cavité, à rapport d'aspect constant, pour voir l'effet produit sur cette focalisation mais aussi sur la dissipation à la base du jet.
- Afin de clore l'étude sur la dynamique des jets inertiels, il serait intéressant de mieux caractériser les constantes z_0 et t_0 qui apparaissent dans la vitesse du jet : $u(z, t) = \frac{z+z_0}{t+t_0}$.

1. Mûrissement d'Ostwald : sous l'effet de la pression de Laplace, les petites bulles/gouttes se vident dans les grosses.

Selon le types d'expériences, comment les conditions initiales influencent-elles ces constantes, sachant que dans cette description la vitesse d'éjection du jet vaut z_0/t_0 ? Par ailleurs, comment peut-on relier la forme de ces jets inertiels à leur champ de vitesse? Est-il possible là aussi de faire émerger des comportements universels? Qu'est ce qui sélectionne l'évolution de la forme du jet en $R(z, t) = C \frac{\sqrt{t}}{z}$ observée pour différentes expériences?

Annexe A

Caractérisation des aérosols du champagne

Dans cette annexe, nous nous intéressons aux caractéristiques des huit premières gouttes éjectées par les jets capillaires provenant de l'éclatement de petites bulles. Dans le chapitre 2, dans un souci de clarté, nous avons seulement présenté les données liées à la première goutte éjectée. Cette annexe vient donc compléter notre étude en présentant les tailles, vitesses d'éjection et hauteurs maximales atteintes par ces autres gouttes. Nous présentons aussi l'évolution du nombre de gouttes en fonction de la taille de la bulle, pour les quatre solutions utilisées dans la partie 2.4.

A.1 Vitesses, nombres, tailles, hauteurs des huit premières gouttes

A.1.1 Nombre de gouttes éjectées

Le graphe A.1 présente le nombre de gouttes éjectées en fonction de la taille de la bulle qui les produit pour de l'eau et pour les solutions (i)-(iii) (cf. tableau 2.3). Chaque point correspond à une expérience et grâce à la transparence des marqueurs, plus un nombre est représenté, plus le symbole apparaît foncé. Nous constatons que le nombre de goutte éjectées par bulle augmente lorsque la taille de la bulle décroît, conformément aux observations des études précédentes [35, 39, 41]. De plus, les données semblent correspondre qualitativement avec celles de Spiel [41]. Par exemple, pour une bulle dans de l'eau de $500\text{ }\mu\text{m}$ de rayon, Spiel observe qu'il y a 100 % de chance d'avoir au moins trois gouttes, qu'il a 80 % de chance d'avoir une quatrième goutte, et que la

probabilité d'apparition d'une cinquième goutte est de 30 %. Cela semble tout à fait cohérent avec les observations faites dans l'eau, sur le graphe A.1 (a).

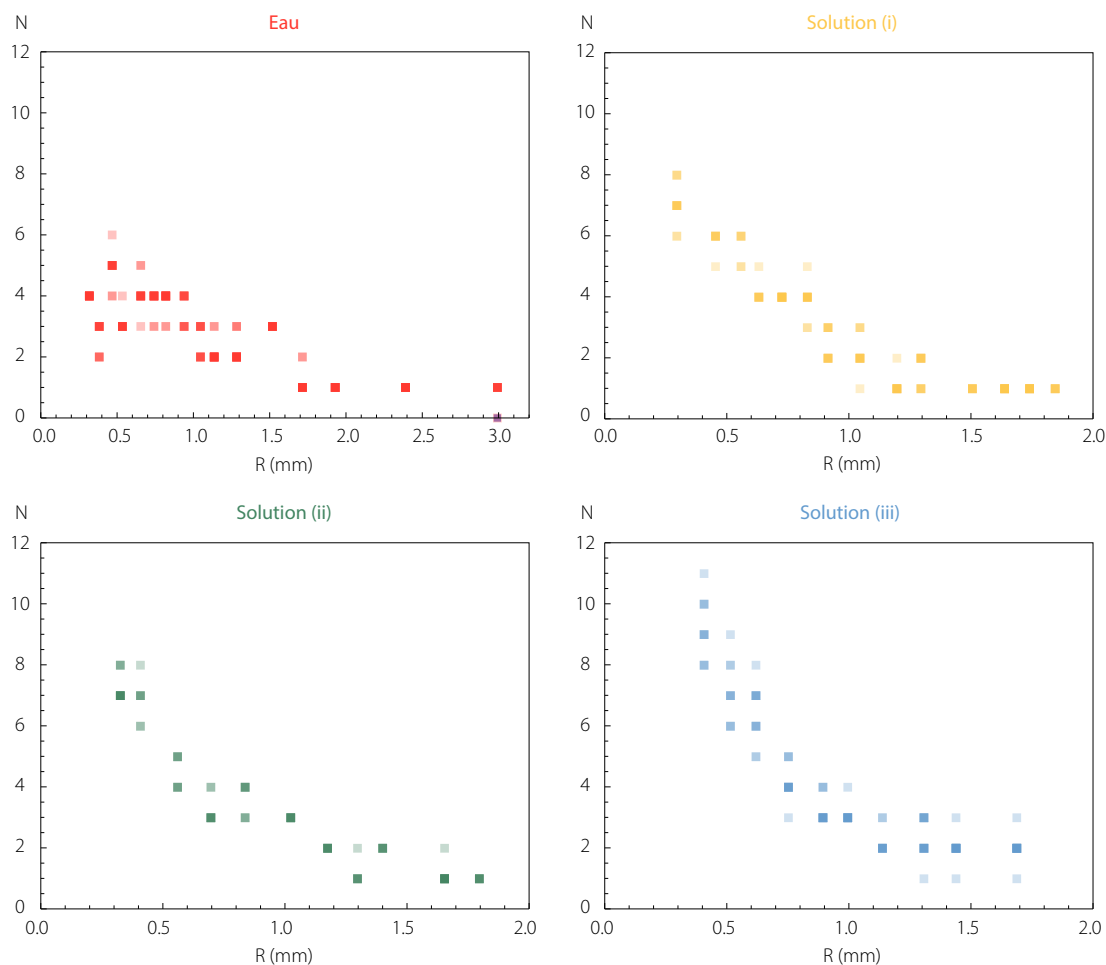


FIGURE A.1: Nombre de gouttes éjectées par bulle, en fonction de leur rayon, pour l'eau et pour les solutions (i)-(iii). Chaque point représente une expérience et grâce à la superposition des marqueurs, partiellement transparents, le nombre le plus fréquent apparaît de couleur plus soutenue pour chaque taille de bulle. Plus le nombre de Morton est grand, plus le nombre de gouttes est élevé pour une taille de bulle donnée.

Ces graphes permettent surtout d'observer l'effet de la viscosité, *via* le nombre de Morton, sur le nombre de gouttes produites. L'eau a un nombre de Morton faible tandis que la solution (iii) correspond à un cas où le nombre de Morton est plus important, et pour lequel la viscosité promeut des jets plus rapides. Nous constatons que pour des rayons de bulles supérieurs à 1 mm, il n'y a pas de différences significatives entre tous ces liquides puisqu'il y a seulement une ou deux gouttes éjectées. Cependant, pour des tailles de bulles plus petites l'écart commence à se creuser. À taille de bulle données, les expériences faites dans les liquides les plus visqueux sont celles où le nombre de gouttes est le plus grand. Ainsi, une bulle d'environ 400 μm de rayon dans l'eau n'éjecte

qu'en moyenne quatre gouttes alors que dans les solutions (i), (ii) et (iii) le nombre de gouttes éjectées est en moyenne respectivement de six, sept et neuf. Une telle bulle dans la solution (iii) peut même éjecter jusqu'à douze gouttes. Cependant, vu le peu de bulles produisant autant de gouttes, nous nous limiterons à l'étude des huit premières gouttes.

A.1.2 Vitesses des gouttes éjectées

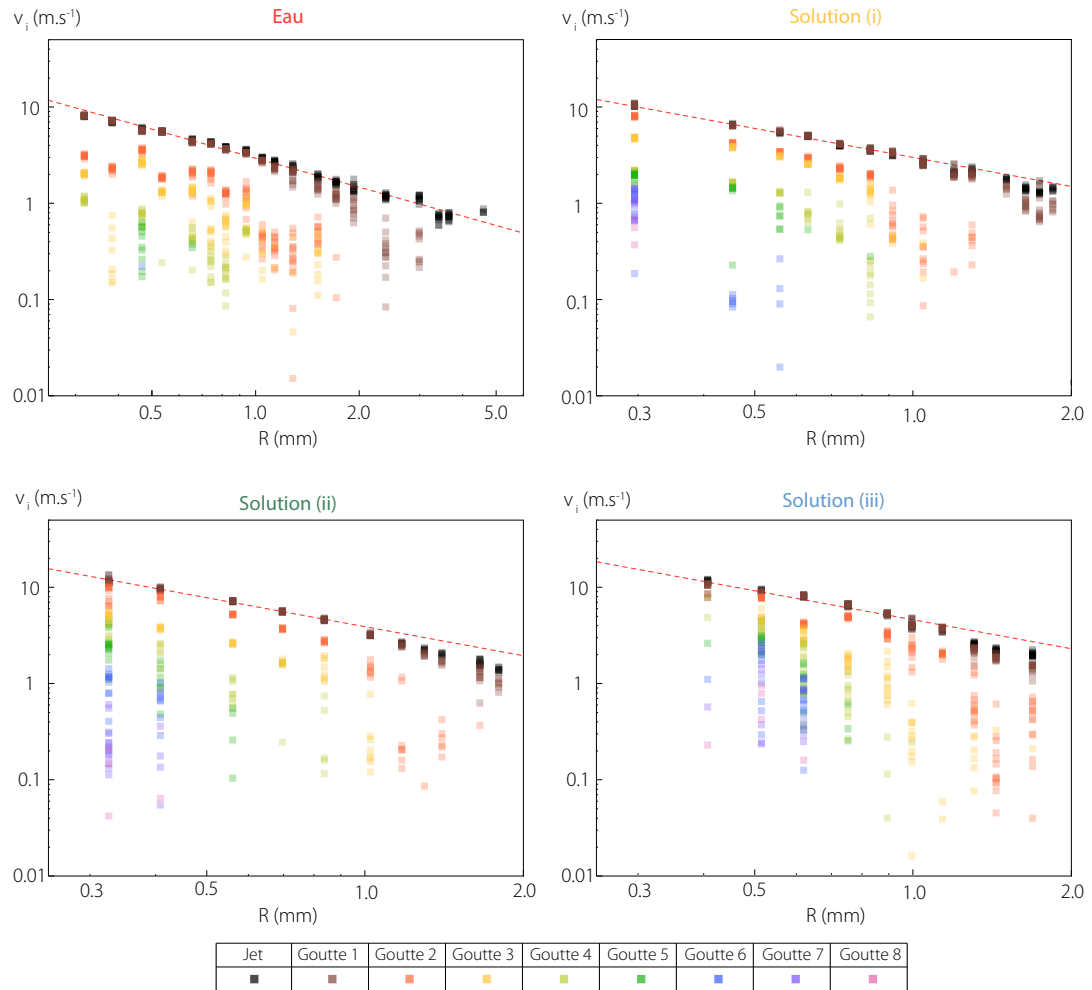


FIGURE A.2: Vitesse de la tête du jet v_{jet} et des huit premières gouttes (v_i avec i variant de 1 à 8) en fonction de la taille de la bulle. Les courbes en rouges sont des régressions en puissance -1 des vitesses d'éjection des jets. Chaque point représente une goutte dans une expérience donnée. Selon le liquide employé, la régularité des mesures peut être bonne jusqu'à la quatrième goutte.

La figure A.2 présente les vitesses d'éjection du jet et des huit premières gouttes dans l'eau et dans les solutions (i)-(iii) en fonction du rayon de la bulle qui les produit. La courbe en pointillés représente la régression de la vitesse du jet v_{jet} en puissance -1.

Nous constatons que pour les solutions hydro-alcooliques (i)-(iii), les vitesses des gouttes sont assez reproductibles jusqu'à la quatrième goutte, car les marqueurs ne sont

pas très dispersés, et que pour les tailles de bulles les plus petites, les vitesses de deuxième et de troisième goutte peuvent aussi être décrites par des lois de puissance -1 . Nous observons une assez grande variabilité pour les gouttes les plus grosses, car les bulles les plus grosses ne produisent pas facilement des jets bien droits. Nous voyons que dans le cas de l'eau, les données sont moins régulières. Le détachement de la seconde goutte semble plus sensible puisque l'on observe que sa vitesse est bien moins définie que pour les autres solutions. Cela peut être dû à des légères asymétries lors de l'éjection du jet, qui se répercutent sur le détachement de toutes les gouttes et qui cause le bimode de taille vu par Spiel.

Dans toutes les solutions, nous constatons bien une différence entre la vitesse du jet et celle de la première goutte pour les bulles de tailles supérieures à 1 mm, conformément aux observations de la partie 2.4.2.1. De plus, nous voyons que les vitesses de jets décrochent légèrement de la loi en $1/R$ pour les bulles les plus grosses dans les solutions (i)-(iii). En effet, peu de jets sont bien droits dans ces expériences.

A.1.3 Taille des gouttes éjectées

La figure A.3 présente les rayons R_i des huit premières gouttes dans l'eau et dans les solutions (i)-(iii) en fonction du rayon de la bulle qui les éjecte. Nous constatons que plus la solution est visqueuse, plus les gouttes produites sont petites (attention, la figure pour l'eau n'a pas la même échelle). La plupart du temps, la première goutte est la plus fine. Par exemple, une bulle de 1 mm de rayon produit une première goutte faisant environ 160 μm de rayon dans de l'eau alors que cette première goutte ne fait plus que 120 μm , 100 μm et 70 μm de rayon respectivement dans les solutions (i)-(iii). Occasionnellement, comme visible sur la courbe de l'eau pour un rayon de bulle d'environ 900 μm , la deuxième goutte peut être bien plus petite, mais il s'agit dans ce cas-là d'une goutte ressemblant plutôt à un satellite émis lors du détachement de la première goutte par le mécanisme de Rayleigh-Plateau. Pour certaines tailles de bulles, nous retrouvons le bimode de tailles de deuxième goutte de Spiel : par exemple pour les bulles de rayon 1.2 mm dans la solution (ii), la deuxième goutte a un rayon d'environ 120 μm ou d'environ 220 μm , selon le détail du détachement de celle-ci. D'ailleurs, ce bimode est aussi visible sur la figure précédente A.2 où l'on observe bien deux groupes de points distincts pour la vitesse de cette deuxième goutte.

A.1.4 Hauteurs atteintes par les gouttes

La figure A.3 montre enfin les hauteurs maximales atteintes H_i par les huit premières gouttes dans l'eau et dans les solutions (i)-(iii) en fonction du rayon de la bulle qui

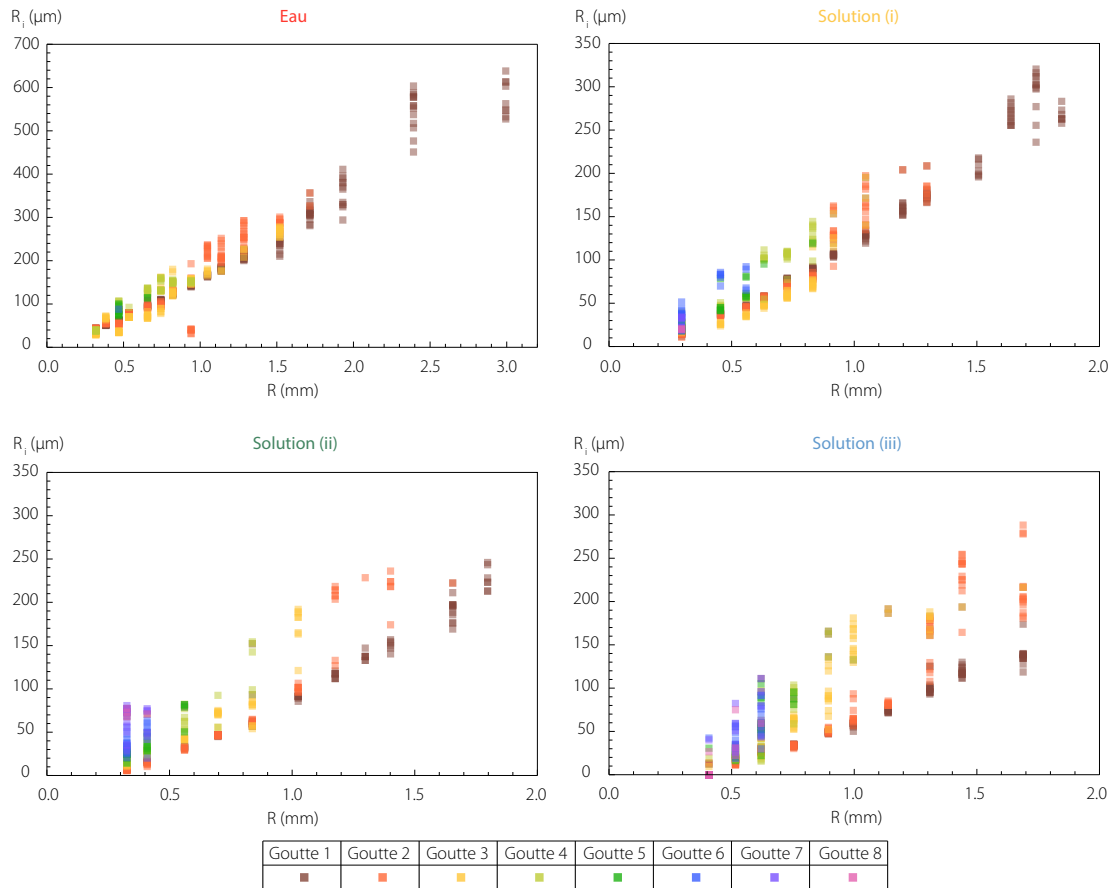


FIGURE A.3: Rayons des huit premières gouttes (R_i avec i variant de 1 à 8) en fonction de la taille de la bulle. Chaque point représente une goutte dans une expérience donnée. Pour les bulles les plus petites, les deux première gouttes sont de tailles très proches.

les produit. Comme dans la partie 2.4.4, plus le nombre de Morton augmente et moins la hauteur de la première goutte est importante (attention l'échelle de la figure pour l'eau n'est pas la même que pour les trois autres solutions). En effet, la vitesse des gouttes augmente avec le nombre de Morton mais, en même temps, la taille ces gouttes diminue de façon très prononcée. Ainsi, l'augmentation de la viscosité, via le nombre de Morton, réduit la hauteur maximale atteinte par ces gouttes.

Le principal effet de l'augmentation de la viscosité est l'affaiblissement de l'écart entre la première et la deuxième goutte. Pour la solution (ii), la hauteur atteinte par la première goutte vaut environ le double de celle obtenue pour la deuxième goutte, alors que pour la solution (iii), trois fois plus visqueuse, cet écart est bien plus faible. Cependant, nous observons quand même que sur l'ensemble de la gamme du champagne (200 μm à 2 mm de rayon de bulle), la première goutte semble tout de même être la plus importante car elle est toujours éjectée à une hauteur non négligeable (~ 5 cm) par rapport à la taille d'une coupe de champagne, ce qui favorise une bonne diffusion des arômes du vin au-dessus du verre.

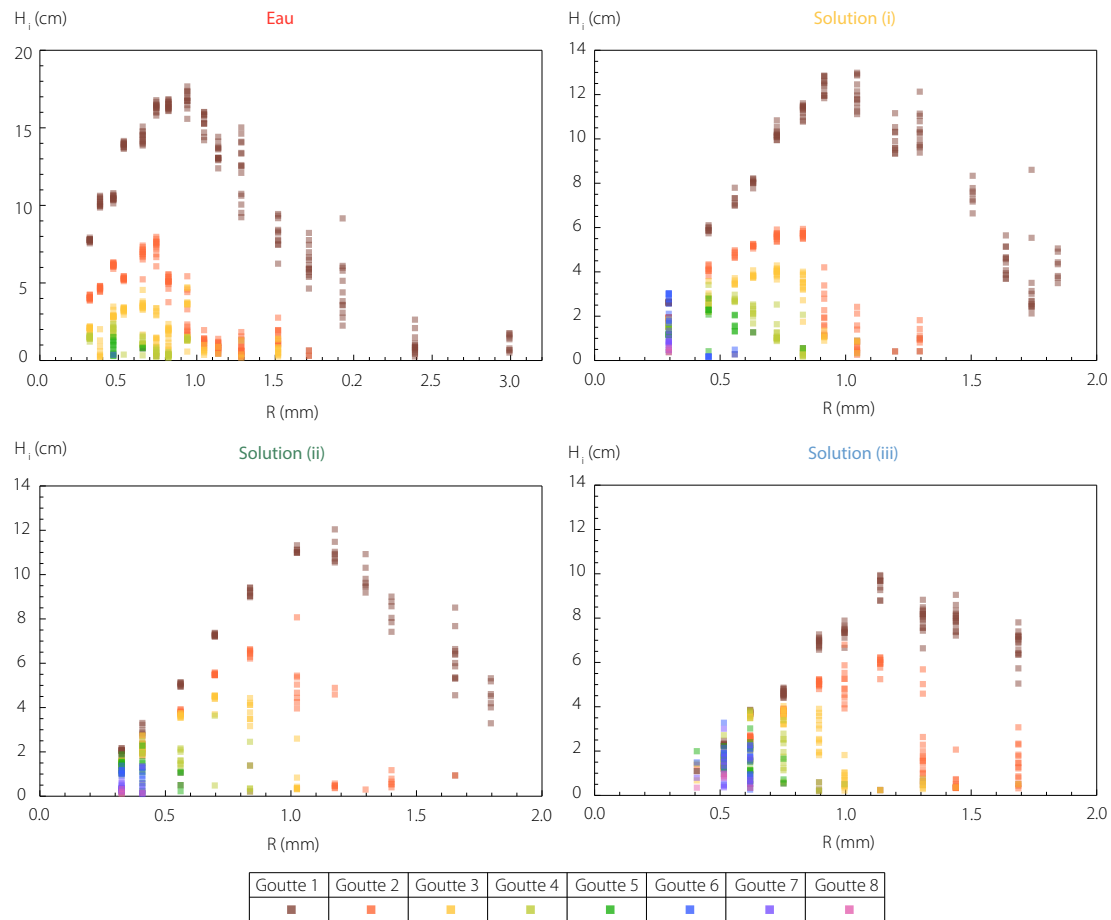


FIGURE A.4: Hauteurs maximales atteintes par les huit premières gouttes (H_i avec i variant de 1 à 8) en fonction de la taille de la bulle. Chaque point représente une goutte dans une expérience donnée.

Annexe B

Fabrication d'une clepsydre à débit variable à l'imprimante 3D

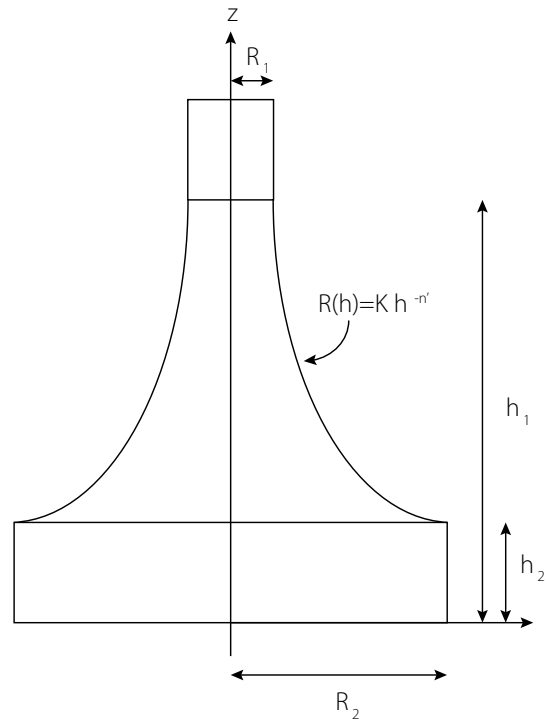


FIGURE B.1: Notations utilisées pour la fabrication de la clepsydre.

Dans cette annexe, nous expliquons comment fabriquer une clepsydre produisant une vitesse de vidange en $v(t) = \frac{A}{(t+t_0)^n}$. Pour cela, nous fabriquons avec une imprimante 3D une pièce dont les flancs ont une forme en loi de puissance : $R(h) = K h^{-n'}$, telle qu'illustrée en figure B.1. Cette pièce centrale vient ensuite s'appuyer sur une base cylindrique de même rayon R_2 qui sert à assurer la hauteur de fluide nécessaire pour obtenir la vitesse désirée sans avoir à imprimer les flancs en loi de puissance jusqu'à l'infini. La

petite cheminée sur le dessus quant à elle permet d'établir un régime permanent avant d'entrer dans la zone centrale qui donnera la vitesse souhaitée. Ces trois pièces sont ensuite collées sur un socle en plexiglas. Le liquide s'écoule alors au niveau $z = 0$, par un orifice de rayon R_0 percé dans ce socle. Nous détaillons maintenant comment calculer les dimensions de l'objet à imprimer :

Pour réaliser notre clepsydre, nous nous appuyons sur la formule de Toricelli et la conservation du débit :

$$v(t) = \sqrt{2gh(t)}$$

$$\pi R_s^2 v(t) = -\pi r^2(h) \frac{dh}{dt}$$

Afin de vérifier ces formules, il faut que la diminution du niveau d'eau dans la clepsydre se fasse de façon quasi-statique, c'est à dire que $v(t) \gg \frac{dh}{dt}$. Cela implique alors : $R_2 \gg R_0$.

Pour connaître la forme $R(h)$ à réaliser selon la vitesse de vidange désirée, il faut exprimer les constantes K et n' en fonction de A , n et R_s . Nous calculons d'abord $\frac{dh}{dt}$:

$$v(t) = \frac{A}{(t+t_0)^n} = \sqrt{2gh(t)}$$

donc : $h = \frac{A^2}{2g(t+t_0)^{2n}}$ et $\frac{dh}{dt} = \frac{-2nA^2}{2g(t+t_0)^{2n+1}}$

Nous réécrivons la conservation du débit en remplaçant $v(t)$ et $R(h)$ par leur expression :

$$R_0^2 \frac{A}{(t+t_0)^n} = -R^2(h) \frac{-2nA^2}{2g(t+t_0)^{2n+1}}$$

soit : $R(h) = \left(\frac{R_0^2}{2n} \right)^{1/2} (2g)^{\frac{n-1}{4n}} A^{\frac{1}{2n}} h^{-\frac{n+1}{4n}}$

Cela donne donc :

$$\begin{cases} K = \left(\frac{R_0^2}{2n} \right)^{1/2} (2g)^{\frac{n-1}{4n}} A^{\frac{1}{2n}} \\ n' = \frac{n+1}{4n} \end{cases}$$

De plus, nous pouvons trouver le temps nécessaire à la vidange de la clepsydre entre $t_1 = 0$ en $h = h_1$ et t_2 en $h = h_2$:

$$\int_{t=0}^{t_2} \frac{A}{(t+t_0)^n} R_0^2 dt = - \int_{h=h_1}^{h_2} R^2(h) dh$$

$$\text{Ce qui donne : } \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{(t_2+t_0)^{n-1}} - \frac{1}{t_0^{n-1}} \right) = \frac{K^2}{AR_0^2(2n'-1)} (h_2^{-2n'+1} - h_1^{-2n'+1})$$

Nous avons désormais tous les ingrédients nécessaires au calcul de la taille de la clepsydre. En effet, lorsque l'on choisit une vitesse de vidange, cela revient à imposer n , A et t_0 . Nous devons aussi fixer R_0 , pas trop grand pour que la condition $R_1 \gg R_0$ reste

vraie, et R_2 , pas trop grand non plus pour que la pièce à réaliser rentre sur le plateau de l'imprimante 3D. Dans notre cas, nous avons fixé R_s à 5 mm et R_2 à 8 cm et pris $n = 1/3$, $A = 2$ et $t_0 = 0.7$.

Après avoir calculer K et n' avec ces valeurs, nous pouvons alors trouver :

- $h_2 = \left(\frac{R_2}{K}\right)^{-\frac{1}{n'}}$
- $t_2 = \left(\frac{A}{\sqrt{2gh_2}}\right)^{\frac{1}{n}}$
- $h_1 = \left(h_2^{\frac{n-1}{2n}} - \frac{2n}{(1-n)^2 t_2^{1-n} - t_1^{1-n}} \frac{AR_0^2}{K^2}\right)^{\frac{2n}{n-1}}$
- $R_1 = Kh_1^{-n'}$

Finalement, nous avons bien déterminer toutes les dimensions de la clepsydre et il ne reste plus, avant d'imprimer la pièce centrale et les deux cylindres, qu'à vérifier que h_1 n'est pas trop grand pour que la pièce rentre dans l'imprimante et que $R_1 \gg R_0$. Le fichier .stl nécessaire à la conception de la pièce peut être directement réalisé sous Mathematica en utilisant *ParametricPlot3D* et la fonction *Export["nom.stl", nom]*.

Remarquons qu'une fois h_2 obtenu, il est facile d'estimer $v(t = 0) = v(h = h_2)$. Cela permet de vérifier si cette valeur est satisfaisante en fonction des exigences de l'expérience. Si tel n'est pas le cas, il faudra alors choisir des valeurs de A , n et t_0 plus appropriées.

Bibliographie

- [1] A. H. Woodcock, C. F. Kientzler, A. B. Arons, and D. C. Blanchard, “Giant condensation nuclei from bursting bubbles,” *Nature*, vol. 172, no. 4390, pp. 1144–1145, 1953.
- [2] H. Lhuissier and E. Villermaux, “Bursting bubble aerosols,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 696, pp. 5–44, 2012.
- [3] Y. Couder, “The fragmentation of the ocean : spray formation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 696, pp. 1–4, 2012.
- [4] E. R. Lewis and S. E. Schwartz, *Sea Salt Aerosol Production. Mechanisms, Methods, Measurements, and Models*. Washington, DC : American Geophysical Union, geophysical monograph 152 ed., 2004.
- [5] F. Veron, “Ocean spray,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 47, no. 1, pp. 507–538, 2015.
- [6] J.-W. Bao, C. W. Fairall, S. A. Michelson, and L. Bianco, “Parameterizations of sea-spray impact on the air-sea momentum and heat fluxes,” *Monthly Weather Review*, vol. 139, no. 12, pp. 3781–3797, 2011.
- [7] L. Bianco, J.-W. Bao, C. W. Fairall, and S. A. Michelson, “Impact of sea-spray on the atmospheric surface layer,” *Boundary-layer Meteorology*, vol. 140, no. 3, pp. 361–381, 2011.
- [8] E. L. Andreas and K. A. Emanuel, “Effects of sea spray on tropical cyclone intensity,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 58, no. 24, pp. 3741–3751, 2001.
- [9] E. L. Andreas, “Fallacies of the enthalpy transfer coefficient over the ocean in high winds,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 68, no. 7, pp. 1435–1445, 2011.
- [10] D. C. Blanchard, *From raindrops to volcanoes*. Doubleday, 1967.

- [11] G. Liger-Belair, C. Cilindre, R. D. Gougeon, M. Lucio, I. Gebefügi, P. Jeandet, and P. Schmitt-Kopplin, “Unraveling different chemical fingerprints between a champagne wine and its aerosols,” *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 2009.
- [12] G. Liger-Belair, A. Conreux, S. Villaume, and C. Cilindre, “Monitoring the losses of dissolved carbon dioxide from laser-etched champagne glasses,” *Food Research International*, vol. 54, no. 1, pp. 516–522, 2013.
- [13] A. Bosso, D. Salmaso, E. Defaveri, M. Guaita, and D. Franceschi, “The use of carboxymethylcellulose for the tartaric stabilization of white wines, in comparison with other oenological additives,” *Vitis*, vol. 49, no. 2, pp. 95–99, 2010.
- [14] E.-A. Brujan, K. Nahen, P. Schmidt, and A. Vogel, “Dynamics of laser-induced cavitation bubbles near an elastic boundary,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 433, pp. 251–281, 2001.
- [15] M. Lavrentiev and B. Chabat, *Effets hydrodynamiques et modèles mathématiques*. Editions MIR, 1980.
- [16] M. Kornfeld and L. Suvorov, “On the destructive action of cavitation,” *Journal of Applied Physics*, 1944.
- [17] C. F. Naudé and A. T. Ellis, “On the mechanism of cavitation damage by non-hemispherical cavities collapsing in contact with a solid boundary,” *Transactions of the ASME. Series D, Journal of Basic Engineering*, 1961.
- [18] T. B. Benjamin and A. T. Ellis, “The Collapse of Cavitation Bubbles and the Pressures thereby Produced against Solid Boundaries,” *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, vol. 260, pp. 221–240, 1966.
- [19] W. Lauterborn and C.-D. Ohl, “Cavitation bubble dynamics,” *Ultrasonics Sonochemistry*, vol. 4, no. 2, pp. 65–75, 1997.
- [20] J. R. Blake, Y. Tomita, and R. P. Tong, “The art, craft and science of modelling jet impact in a collapsing cavitation bubble,” *Applied Scientific Research*, vol. 58, pp. 77–90, 1997.
- [21] S. Popinet, *Stabilité et formation de jets dans les bulles cavitantes*. PhD thesis, Paris 6, 2000.
- [22] N. Bremond, M. Arora, S. M. Dammer, and D. Lohse, “Interaction of cavitation bubbles on a wall,” *Physics of Fluids*, vol. 18, no. 12, p. 121505, 2006.

- [23] G. Birkhoff, D. P. MacDougall, E. M. Pugh, and S. G. I. Taylor, "Explosives with lined cavities," *Journal of Applied Physics*, vol. 19, no. 6, pp. 563–582, 1948.
- [24] P. C. Chou, J. Carleone, C. A. Tanzio, and R. D. Cicarelli, "Shaped charge jet breakup studies using radiograph measurement and surface instability calculations," tech. rep., Dyna East Corp Philadelphia PA, 1977.
- [25] R. DiPersio, J. Simon, and T. H. Martin, "A study of jets from scaled conical shaped charge liners," tech. rep., Army Ballistic Research Lab, Aberdeen proving ground MD, 1960.
- [26] E. M. Pugh, R. J. Eichelberger, and N. Rostoker, "Theory of jet formation by charges with lined conical cavities," *Journal of Applied Physics*, vol. 23, no. 5, pp. 532–536, 1952.
- [27] D. E. Spiel, "On the births of jet drops from bubbles bursting on water surfaces," *Journal of Geophysical Research*, vol. 100, no. C3, pp. 4995–5006, 1995.
- [28] L. Rayleigh, "Some applications of photography," *Nature*, vol. 44, 1891.
- [29] A. M. Worthington, *A study of splashes*. Longmans, Green and co., 1908.
- [30] A. M. Worthington, "On impact with a liquid surface," *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 34, pp. 217–230, 1883.
- [31] A. M. Worthington and R. S. Cole, "Impact with a liquid surface studied by the aid of instantaneous photography. paper ii," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, vol. 194, pp. 175–199, 1900.
- [32] O. Stuhlman Jr., "The mechanics of effervescence," *Physics*, vol. 2, no. 6, pp. 457–466, 1932.
- [33] D. E. Spiel, "The number and size of jet drops produced by air bubbles bursting on a fresh water surface," *Journal of Geophysical Research*, vol. 99, no. C5, pp. 10289–10296, 1994.
- [34] Y. Toba, "Observation of sea water droplets by filter paper," *Journal of the Oceanographical Society of Japan*, vol. 14, no. 4, pp. 151–154, 1958.
- [35] S. Hayami and Y. Toba, "Drop production by bursting of air bubbles on the sea surface (1) experiments at still sea water surface," *Journal of the Oceanographical Society of Japan*, vol. 14, no. 4, pp. 145–150, 1958.

- [36] Y. Toba, "Drop production by bursting of air bubbles on the sea surface (ii) theoretical study on the shape of floating bubbles," *Journal of the Oceanographical Society of Japan*, vol. 15, no. 3, pp. 121–130, 1959.
- [37] C. F. Kientzler, A. B. Arons, D. C. Blanchard, and A. H. Woodcock, "Photographic investigation of the projection of droplets by bubbles bursting at a water surface," *Tellus*, vol. 6, no. 1, pp. 1–7, 1954.
- [38] D. C. Blanchard and A. H. Woodcock, "Bubble formation and modification in the sea and its meteorological significance," *Tellus*, vol. 9, no. 2, pp. 145–158, 1957.
- [39] D. C. Blanchard, "The electrification of the atmosphere by particles from bubbles in the sea," *Progress In Oceanography*, vol. 1, pp. 73 – 112, IN7, 113–202, 1963.
- [40] D. C. Blanchard, "The size and height to which jet drops are ejected from bursting bubbles in seawater," *Journal of Geophysical Research*, vol. 94, no. C8, pp. 10999–11002, 1989.
- [41] D. E. Spiel, "The sizes of the jet drops produced by air bubbles bursting on sea- and fresh-water surfaces," *Tellus B*, vol. 46, no. 4, pp. 325–338, 1994.
- [42] D. E. Spiel, "On the births of film drops from bubbles bursting on seawater surfaces," *Journal of Geophysical Research*, vol. 103, no. C11, pp. 24907–24918, 1998.
- [43] F. MacIntyre, "Bubbles. boundary-layer "microtome" for micronthick samples of a liquid surface," *The Journal of Physical Chemistry*, vol. 72, no. 2, pp. 589–592, 1968.
- [44] L. Duchemin, S. Popinet, C. Josserand, and S. Zaleski, "Jet formation in bubbles bursting at a free surface," *Physics of Fluids*, vol. 14, no. 9, pp. 3000–3008, 2002.
- [45] D. C. Blanchard and L. D. Syzdek, "Film drop production as a function of bubble size," *Journal of Geophysical Research*, vol. 93, no. C4, pp. 3649–3654, 1988.
- [46] F. Resch and G. Afeti, "Film drop distributions from bubbles bursting in seawater," *Journal of Geophysical Research*, vol. 96, pp. 10681–10688, 1991.
- [47] J. Wu, "Production functions of film drops by bursting bubbles," *Journal of Physical Oceanography*, vol. 31, pp. 3249–3257, 2001.
- [48] J. M. Boulton-Stone, "The effect of surfactant on bursting gas bubbles," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 302, pp. 231–257, 1995.
- [49] D. Dey, J. M. Boulton-Stone, A. N. Emery, and J. R. Blake, "Experimental comparisons with a numerical model of surfactant effects on the burst of a single bubble," *Chemical Engineering Science*, vol. 52, no. 16, pp. 2769–2783, 1997.

- [50] S.-C. Georgescu, J.-L. Achard, and E. Canot, “Jet drops ejection in bursting gas bubble processes,” *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, vol. 21, no. 2, pp. 265–280, 2002.
- [51] L. Duchemin, *Quelques problèmes fortement non-linéaires de surface libre et leur résolution numérique*. PhD thesis, Université Aix-Marseille II, 2001.
- [52] J. S. Lee, B. M. Weon, S. J. Park, J. H. Je, K. Fezzaa, and W.-K. Lee, “Size limits the formation of liquid jets during bubble bursting,” *Nature Communications*, vol. 2, 2011.
- [53] P. V. Hobbs and A. J. Kezweeny, “Splashing of a water drop,” *Science*, vol. 155, no. 3766, pp. 1112–1114, 1967.
- [54] M. Rein, “Phenomena of liquid drop impact on solid and liquid surfaces,” *Fluid Dynamics Research*, vol. 12, no. 2, pp. 61–93, 1993.
- [55] A. L. Yarin, “Drop impact dynamics : Splashing, spreading, receding, bouncing...,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 38, no. 1, pp. 159–192, 2006.
- [56] A. Bisighini, G. E. Cossali, C. Tropea, and I. V. Roisman, “Crater evolution after the impact of a drop onto a semi-infinite liquid target,” *Physical Review E*, vol. 82, p. 036319, 2010.
- [57] A. I. Fedorchenko and A.-B. Wang, “On some common features of drop impact on liquid surfaces,” *Physics of Fluids*, vol. 16, no. 5, pp. 1349–1365, 2004.
- [58] M. J. Cooker and D. H. Peregrine, “Violent water motion at breaking-wave impact,” in *Proceedings of the International Conference on Coastal Engineering*, no. 22, 1990.
- [59] D. H. Peregrine, “Water-wave impact on walls,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 35, no. 1, pp. 23–43, 2003.
- [60] E. S. Chan and W. K. Melville, “Deep-water plunging wave pressures on a vertical plane wall,” in *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 417, pp. 95–131, The Royal Society, 1988.
- [61] A. Benusioglio, D. Quéré, and C. Clanet, “Explosions at the water surface,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 752, pp. 123–139, 2014.
- [62] T. Séon and A. Antkowiak, “Large bubble rupture sparks fast liquid jet,” *Physical Review Letters*, vol. 109, p. 014501, 2012.
- [63] H. J. Melosh and B. A. Ivanov, “Impact crater collapse,” *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, vol. 27, no. 1, pp. 385–415, 1999.

- [64] A. Antkowiak, N. Bremond, S. Le Dizès, and E. Villiermaux, “Short-term dynamics of a density interface following an impact,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 577, pp. 241–250, 2007.
- [65] J. R. Blake and D. C. Gibson, “Growth and collapse of a vapour cavity near a free surface,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 111, pp. 123–140, 1981.
- [66] M. S. Longuet-Higgins, “Bubbles, breaking waves and hyperbolic jets at a free surface,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 127, pp. 103–121, 1983.
- [67] Y. Tagawa, N. Oudalov, C.-W. Visser, I. R. Peters, D. van der Meer, C. Sun, A. Prosperetti, and D. Lohse, “Highly focused supersonic microjets,” *Physical Review X*, vol. 2, p. 031002, 2012.
- [68] B. W. Zeff, B. Kleber, J. Fineberg, and D. P. Lathrop, “Singularity dynamics in curvature collapse and jet eruption on a fluid surface,” *Nature*, vol. 403, no. 6768, pp. 401–404, 2000.
- [69] J. B. Keller and M. J. Miksis, “Surface tension driven flows,” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 43, no. 2, pp. 268–277, 1983.
- [70] D. Bartolo, C. Josserand, and D. Bonn, “Singular jets and bubbles in drop impact,” *Physical Review Letters*, vol. 96, no. 12, pp. 124501–4, 2006.
- [71] R. F. Day, E. J. Hinch, and J. R. Lister, “Self-similar capillary pinchoff of an inviscid fluid,” *Physical Review Letters*, vol. 80, pp. 704–707, 1998.
- [72] S. Gekle, I. R. Peters, J. M. Gordillo, D. van der Meer, and D. Lohse, “Supersonic air flow due to solid-liquid impact,” *Physical Review Letters*, vol. 104, p. 024501, 2010.
- [73] E. G. Richardson, “The impact of a solid on a liquid surface,” *Proceedings of the Physical Society*, vol. 61, no. 4, pp. 352–367, 1948.
- [74] A. May, “Vertical entry of missiles into water,” *Journal of Applied Physics*, vol. 23, no. 12, pp. 1362–1372, 1952.
- [75] V. Duclaux, F. Caillé, C. Duez, C. Ybert, L. Bocquet, and C. Clanet, “Dynamics of transient cavities,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 591, pp. 1–19, 2007.
- [76] R. Bergmann, D. Van Der Meer, S. Gekle, A. Van Der Bos, and D. Lohse, “Controlled impact of a disk on a water surface : cavity dynamics,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 633, pp. 381–409, 2009.
- [77] J. M. Aristoff, T. T. Truscott, A. H. Techet, and J. W. M. Bush, “The water entry of decelerating spheres,” *Physics of Fluids*, vol. 22, no. 3, p. 032102, 2010.

- [78] T. T. Truscott, B. P. Epps, and J. Belden, “Water entry of projectiles,” *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 46, pp. 355–378, 2014.
- [79] A. Le Goff, D. Quéré, and C. Clanet, “Viscous cavities,” *Physics of Fluids*, vol. 25, no. 4, p. 043101, 2013.
- [80] S. Gekle, J. M. Gordillo, D. van der Meer, and D. Lohse, “High-speed jet formation after solid object impact,” *Physical Review Letters*, vol. 102, no. 3, p. 034502, 2009.
- [81] J. M. Gordillo and S. Gekle, “Generation and breakup of worthington jets after cavity collapse. part 2. tip breakup of stretched jets,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 663, pp. 331–346, 2010.
- [82] S. Gekle and J. M. Gordillo, “Generation and breakup of worthington jets after cavity collapse. part 1. jet formation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 663, pp. 293–330, 2010.
- [83] J. C. Burton, R. Waldrep, and P. Taborek, “Scaling and instabilities in bubble pinch-off,” *Physical Review Letters*, vol. 94, no. 18, 2005.
- [84] S. T. Thoroddsen and K. Takehara, “The coalescence cascade of a drop,” *Physics of Fluids*, vol. 12, no. 6, pp. 1265–1267, 2000.
- [85] D. Lohse, R. Bergmann, R. Mikkelsen, C. Zeilstra, D. van der Meer, M. Versluis, K. van der Weele, M. van der Hoef, and H. Kuipers, “Impact on soft sand : Void collapse and jet formation,” *Physical Review Letters*, vol. 93, p. 198003, 2004.
- [86] E. Lorenceau, D. Quere, J.-Y. Ollitrault, and C. Clanet, “Gravitational oscillations of a liquid column in a pipe,” *Physics of Fluids*, vol. 14, no. 6, pp. 1985–1992, 2002.
- [87] J. Hoepffner and G. Paré, “Recoil of a liquid filament : escape from pinch-off through creation of a vortex ring,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 734, pp. 183–197, 2013.
- [88] K. J. Mysels, *Soap films : studies of their thinning and a bibliography*. Pergamon Press, 1959.
- [89] A. Aradian, E. Raphaël, and P.-G. de Gennes, ““marginal pinching” in soap films,” *Europhysics Letters*, vol. 55, no. 6, pp. 834–840, 2001.
- [90] F. H. Zhang and S. T. Thoroddsen, “Satellite generation during bubble coalescence,” *Physics of Fluids*, vol. 20, no. 2, p. 022104, 2008.
- [91] A. Prosperetti, L. A. Crum, and H. C. Pumphrey, “The underwater noise of rain,” *Journal of Geophysical Research : Oceans*, vol. 94, no. C3, pp. 3255–3259, 1989.
- [92] G. I. Barenblatt, *Scaling*. Cambridge University Press, 2003.

- [93] J. M. Boulton-Stone and J. R. Blake, "Gas bubbles bursting at a free surface," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 254, pp. 437–466, 1993.
- [94] A. Sierou and J. R. Lister, "Self-similar recoil of inviscid drops," *Physics of Fluids*, vol. 16, no. 5, pp. 1379–1394, 2004.
- [95] S. R. Massel, *Ocean Waves Breaking and Marine Aerosol Fluxes*. Springer, 2007.
- [96] L. Schiller and A. Naumann, "A drag coefficient correlation," *Vdi Zeitung*, vol. 77, no. 318, p. 51, 1935.
- [97] J. C. Maxwell, "Diffusion, collected scientific papers," *Encyclopedia Britannica, Cambridge*, 1877.
- [98] I. Langmuir, "The evaporation of small spheres," *Physical review*, vol. 12, no. 5, p. 368, 1918.
- [99] N. A. Fuchs, *Evaporation and droplet growth in gaseous media*. Elsevier, 1959.
- [100] D. B. Spalding, "Combustion of fuel particles," *Fuel*, vol. 30, no. 1, pp. 121–130, 1951.
- [101] M. Cachile, O. Benichou, C. Poulard, and A.-M. Cazabat, "Evaporating droplets," *Langmuir*, vol. 18, no. 21, pp. 8070–8078, 2002.
- [102] N. Shahidzadeh-Bonn, S. Rafai, A. Azouni, and D. Bonn, "Evaporating droplets," *Journal of fluid mechanics*, vol. 549, pp. 307–313, 2006.
- [103] W. A. Sirignano, "Fuel droplet vaporization and spray combustion theory," *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 9, no. 4, pp. 291–322, 1983.
- [104] W. E. Ranz and W. R. Marshall, "Evaporation from drops," *Chemical Engineering Progress*, vol. 48, no. 3, pp. 141–146, 1952.
- [105] G. Liger-Belair, G. Polidori, and P. Jeandet, "Recent advances in the science of champagne bubbles," *Chemical Society Reviews*, vol. 37, no. 11, pp. 2490–2511, 2008.
- [106] F. Boulogne, A. Sauret, B. Soh, E. Dressaire, and H. A. Stone, "Mechanical tuning of the evaporation rate of liquid on crossed fibers," *Langmuir*, vol. 31, no. 10, pp. 3094–3100, 2015.
- [107] S. G. I. Taylor, "The dynamics of thin sheets of fluid. iii. disintegration of fluid sheets," in *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 253, pp. 313–321, The Royal Society, 1959.

- [108] F. E. C. Culick, “Comments on a ruptured soap film,” *Journal of Applied Physics*, vol. 31, no. 6, pp. 1128–1129, 1960.
- [109] R. B. Banks and D. V. Chandrasekhara, “Experimental investigation of the penetration of a high-velocity gas jet through a liquid surface,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 15, pp. 13–34, 1963.
- [110] F. R. Cheslak, J. A. Nicholls, and M. Sichel, “Cavities formed on liquid surfaces by impinging gaseous jets,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 36, pp. 55–63, 1969.
- [111] C. W. Foulk, “Foaming and priming of boiler water,” *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, vol. 54, no. RP-54-5, pp. 105–113, 1932.
- [112] A. Wollman and M. Weislogel, “New investigations in capillary fluidics using a drop tower,” *Experiments in fluids*, vol. 54, no. 4, pp. 1–13, 2013.
- [113] H. Mehrabian and J. J. Feng, “Auto-ejection of liquid drops from capillary tubes,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 752, pp. 670–692, 2014.
- [114] E. Guyon, J.-P. Hulin, L. Petit, and P.-G. de Gennes, *Hydrodynamique physique*. EDP Sciences Les Ulis, France, 2001.
- [115] F. T. Trouton, “On the coefficient of viscous traction and its relation to that of viscosity,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 77, no. 519, pp. 426–440, 1906.
- [116] J. Eggers and T. F. Dupont, “Drop formation in a one-dimensional approximation of the Navier–Stokes equation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 262, pp. 205–221, 1994.
- [117] S. T. Thoroddsen, T. G. Etoh, and K. Takehara, “Experiments on bubble pinch-off,” *Physics of Fluids*, vol. 19, no. 4, p. 042101, 2007.
- [118] I. Frankel and D. Weihs, “Stability of a capillary jet with linearly increasing axial velocity (with application to shaped charges),” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 155, pp. 289–307, 1985.
- [119] E. Villermaux and B. Bossa, “Drop fragmentation on impact,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 668, pp. 412–435, 2011.
- [120] J. Eggers and M. A. Fontelos, “The role of self-similarity in singularities of partial differential equations,” *Nonlinearity*, vol. 22, no. 1, pp. R1–R44, 2009.
- [121] L. Ting and J. B. Keller, “Slender jets and thin sheets with surface tension,” *SIAM Journal on Applied Mathematics*, vol. 50, no. 6, pp. 1533–1546, 1990.

- [122] A. Antkowiak and E. Villermaux, “Inertial jets,” in *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*, 2007.
- [123] E. Ghabache, A. Antkowiak, C. Josserand, and T. Séon, “On the physics of fizziness : How bubble bursting controls droplets ejection,” *Physics of Fluids*, vol. 26, no. 12, p. 121701, 2014.
- [124] E. Ghabache, T. Seon, and A. Antkowiak, “Liquid jet eruption from hollow relaxation,” *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 761, pp. 206–219, 2014.
- [125] G. Liger-Belair, T. Seon, and A. Antkowiak, “Collection of collapsing bubble driven phenomena found in champagne glasses,” *Bubble Science, Engineering & Technology*, vol. 4, no. 1, pp. 21–34, 2012.